

Lösung zu 3.2: a) Aus den Eigenschaften des Logarithmus folgt

$$0 = \ln(1) = \ln\left(x \cdot \frac{1}{x}\right) = \ln(x) + \ln\left(\frac{1}{x}\right).$$

Also ist $\ln\left(\frac{1}{x}\right) = -\ln(x)$ und wir erhalten

$$\ln u + \ln v - \ln w = \ln(uv) + \ln\left(\frac{1}{w}\right) = \ln\left(\frac{uv}{w}\right).$$

b) Die Funktionalgleichung des Logarithmus führt auf

$$\begin{aligned} \ln(u^2 - v^2) - \ln(u + v) &= \ln[(u - v)(u + v)] - \ln(u + v) \\ &= \ln(u - v) + \ln(u + v) - \ln(u + v) = \ln(u - v) \end{aligned}$$

c)

$$\ln(\sqrt{u^3}) + \ln(\sqrt{u^5}) = \ln u^{\frac{3}{2}} + \ln u^{\frac{5}{2}} = \frac{3}{2} \ln u + \frac{5}{2} \ln u = 4 \ln u.$$