

#### Lösung zu 4.4:

Mit einer Skizze sehen wir, dass die Tragfähigkeit des Balkens stets vergrößert werden kann, wenn die Kanten des Balkens im Innern des Stamms ausgesägt werden. Also können wir annehmen, dass die Kanten für maximale Tragfähigkeit auf dem Rand liegen und mit dem Satz von Pythagoras ergibt sich die Bedingung

$$x^2 + y^2 = d^2 .$$

Damit lässt sich die Tragfähigkeit als Funktion einer Variablen, zum Beispiel  $x$ , schreiben. Es gilt  $T(x) = kxy^2 = kx(d^2 - x^2)$ . Nun berechnen wir die Ableitung und einen Extremalpunkt im Intervall  $x \in (0, d)$ . Es ergibt sich  $T'(x) = k(d^2 - 3x^2)$ , und aus der Bedingung  $T'(x) = 0$  folgt  $x = \frac{1}{\sqrt{3}}d$ . Für die Höhe erhalten wir  $y = \sqrt{\frac{2}{3}}d$ .

