

Lösung zu 6.1: a) Wir berechnen die Linearkombination der Vektoren u, v, w und erhalten

$$2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ -9 \end{pmatrix}$$

Also ist $x = 3(1, -1, 3)^\top$.

b) Eine Linearkombination der Vektoren führt auf das lineare Gleichungssystem

$$a \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

bzw.

$$\begin{aligned} a + b + 2c &= 0 \\ 2a + b + c &= 2 \\ b + 3c &= -2 \end{aligned}$$

Wir subtrahieren die dritte Zeile von der ersten sowie der zweiten Zeile und erhalten

$$\begin{aligned} a - c &= 2 \\ 2a - 2c &= 4 \\ b + 3c &= -2. \end{aligned}$$

Also gilt $a = 2 + c$ und $b = -2 - 3c$. Wählen wir $c = -1$ so folgt $a = 1$ und $b = 1$, d.h.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} = u + v - w.$$