Fakultät für Mathematik
Abteilung für Didaktik
Dr. habil. G. Fels
KIT SS 2011

Schulmathematik vom höheren Standpunkt aus

9. Übungsblatt

Aufgabe 30.
Es sei $G = \mathcal{O}_h$ die volle Isometriegruppe eines Würfels (etwa mit den Kanten $(\pm 1, \pm 1, \pm 1)^T$). Betrachtes Sie die Operation of G auf der Einheitssphäre S^2. Zwei G-Bahnen $G(x)$ und $G(y)$ nennt man äquivalent, wenn die Isotropiegruppen G_x und G_y zueinander in G konjugiert sind. Bestimmen Sie die Anzahl verschiedener Äquivalenzklassen von G-Bahnen auf S^2, geben Sie jeweils einen Repräsentanten $G(x_j)$ an und bestimmen Sie die zugehörige Isotropieuntergruppe G_{x_j}.

Aufgabe 31.
Beweisen Sie, dass für die in 2.1.4 der Vorlesungszusammenfasung definierte Ordnungsrelation “$<$” auf der Menge der natürlichen Zahlen $(\mathbb{N}, \nu)$ die Trichotomie gilt, d.h., für jedes Paar (x, y) von Elementen aus $(\mathcal{N}, <)$ *genau eine* der folgenden Relationen gilt:

$$x < y \qquad \text{oder} \qquad x = y \qquad \text{oder} \qquad y < x \ .$$

Aufgabe 32.
Es sei $(K, +.\cdot)$ ein beliebiger geordneter Körper und “$\prec$” bezeichne die totale Ordnungsrelation.

(a) Zeigen Sie, dass das Einselement $1 \in K$ positiv ist, d.h., $0 \prec 1$.

(b) Gilt $0 \prec a \prec b$, so folgt $b^{-1} \prec a^{-1}$.

Aufgabe 33.
Es sei (x_n) eine beschränkte und monoton steigende Folge reeller Zahlen, d.h., $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \cdots$. Zeigen Sie, dass (x_n) eine Cauchy-Folge ist.

Bitte bearbeiten Sie diese Übungsaufgaben bis zur nächsten Übungsstunde am 21.06.2011.