

**Schulmathematik vom höheren Standpunkt aus**  
**10. Übungsblatt**

**Aufgabe 34.**

Es sei  $q \in [0, 1]$  eine rationale Zahl und  $0, z_1 z_2 z_3 \dots$  ihre Dezimalbruchentwicklung, d.h.,  $q = \sum_{j=1}^{\infty} z_j \cdot 10^{-j}$ . Zeigen Sie, dass diese Dezimalbruchentwicklung periodisch ist, d.h., es existiert eine Sequenz  $z_k z_{k+1} \dots z_{m-1}$ , so dass  $z_{m+n(m-k)+\ell} = z_{k+\ell}$  für alle  $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$  und  $\ell \in \{0, 1, \dots, m-k-1\}$  gilt.

**Aufgabe 35.**

Es sei  $\mathbb{R}$  die Menge, die durch die Axiome RA1–RA5 in 2.1.9 charakterisiert ist. Zeigen Sie, dass aus dem Vollständigkeitsaxiom RA5 (oder RA5') die Aussage

“Für jedes  $\varepsilon \in \mathbb{R}_+$  gibt es ein  $n \in \mathbb{N}$  mit  $\varepsilon - 1/n \in \mathbb{R}_+$ ”

folgt.

**Aufgabe 36.**

Zeigen Sie, dass  $\sqrt[3]{3}$  keine rationale Zahl ist.

*Bitte bearbeiten Sie diese Übungsaufgaben bis zur nächsten Übungsstunde am 28.06.2011.*