



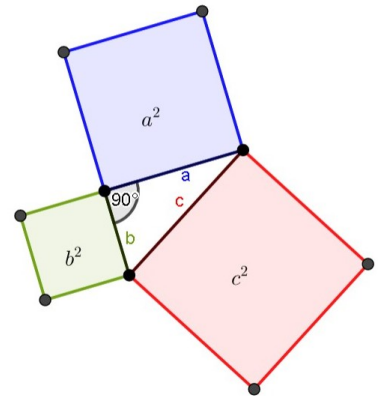
Der Satz des Pythagoras gilt in einem Dreieck mit rechtem Winkel. Die längste Seite eines rechtwinkligen Dreiecks wird als Hypotenuse bezeichnet. Sie liegt dem rechten Winkel gegenüber. Als Kathete wird jede der beiden kürzeren Seiten bezeichnet.

Der Satz auch so formuliert werden: Sind a und b die Seitenlängen der Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks und ist c die Seitenlänge der Hypotenuse, so gilt die Gleichung

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

Das bedeutet, dass die Fläche des roten Quadrates so groß ist wie die des blauen und grünen zusammen.

Die Umkehrung des Satzes gilt auch: Gilt die Gleichung $a^2 + b^2 = c^2$ in einem Dreieck mit den Seitenlängen a , b und c , dann ist das Dreieck rechtwinklig und der rechte Winkel liegt der Seite mit der Länge c gegenüber.



Anwendung

Mit dem Satz des Pythagoras kann aus zwei bekannten Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks die dritte berechnet werden. Die Umkehrung des Satzes kann dazu verwendet werden, zu überprüfen, ob ein gegebenes Dreieck rechtwinklig ist. Dazu wird getestet, ob die Gleichung des Satzes für die Seiten bei dem gegebenen Dreieck zutrifft. Es reicht also allein die Kenntnis der Seitenlängen eines gegebenen Dreiecks, um daraus zu schließen, ob es rechtwinklig ist oder nicht.

Ist ein Dreieck mit den Seitenlängen 3, 4 und 6 rechtwinklig?

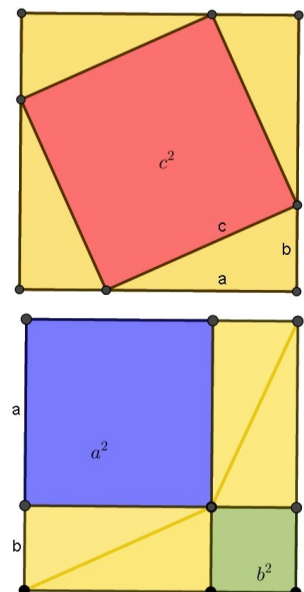
Ist ein Dreieck mit den Seitenlängen 3, 4 und 5 rechtwinklig?

Beweis

Der Satz ist nach Pythagoras von Samos (*570 v. Chr.) benannt, der als Erster einen Beweis dafür gefunden haben soll, was allerdings umstritten ist. Die Aussage des Satzes war schon lange vor der Zeit des Pythagoras in Babylon und Indien bekannt. Es gibt jedoch keinen Nachweis dafür, dass man dort auch einen Beweis hatte. Es gibt heute mehrere hundert Beweise für diesen Satz.

Einer ist zum Beispiel der Geometrischer Beweis durch Ergänzung:

In ein Quadrat mit der Seitenlänge $a + b$ werden vier kongruente rechtwinklige Dreiecke mit den Seiten a , b und c (Hypotenuse) eingelegt. Dies kann auf zwei Arten geschehen, wie auf den Bildern rechts zu sehen ist. Die Flächen des oberen und des unteren Quadrates sind gleich (Seitenlänge $a + b$). Das obere besteht aus den vier rechtwinkligen Dreiecken und einem Quadrat mit Seitenlänge c , das untere aus den gleichen Dreiecken sowie einem Quadrat mit Seitenlänge a und einem mit Seitenlänge b . Die Fläche c^2 entspricht also der Summe der Flächen a^2 und b^2 .





Pythagoräische Tripel

Ein Pythagoräische Tripel besteht aus drei natürlichen Zahlen, die zusammen die Längen der Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks vorkommen können. Das kleinste Tripel ist zum Beispiel (3, 4, 5). Pythagoräische Tripel wurden auf babylonischen Tontafel, die aus einer Zeit vor 1500 v. Chr. stammen, gefunden. Ist (8, 15, 16) ein pythagoräisches Tripel? Oder (5, 12, 13)? Was ist mit (115, 252, 277)?

Hast du eine Idee wofür man pythagoräische Tripel nutzen kann? Kannst du mit einer Schnur, die durch Knoten in 12 gleich lange Abschnitte aufgeteilt wird, einen rechten Winkel erzeugen?