Universität Karlsruhe (TH)
Institut für Algebra und Geometrie
Oliver Baues

Algebraische Topologie I — **Wintersemester 2009/10**

Übungsblatt 3 — **10. November 2009**

Aufgabe 1 (Brouwerscher Fixpunktsatz, n=2)

(a) Der Kreis S^1 ist kein Retrakt der Einheitskreisscheibe $D(2)$.

(b) Sei $f : D(2) \to D(2)$ eine stetige Abbildung. Dann hat f einen Fixpunkt.

Aufgabe 2 (Ohne universelle Überlagerung)

Es sei $C_n \subset \mathbb{R}^2$ der Kreis mit Mittelpunkt $(1/n, 0)$ und Radius $1/n$. Es sei

$$X = \bigcup_n C_n \,.$$

Zeigen Sie, dass X keine universelle Überlagerung besitzt.

Aufgabe 3 (Topologische Gruppen II)

Sei G eine zusammenhängende topologische Gruppe, und es existiere die universelle Überlagerung $p : \hat{G} \to G$ von G. Zeigen Sie:

(a) $\hat{G}$ hat die Struktur einer topologischen Gruppe, so dass p ein stetiger Homomorphismus ist.

(b) Der Kern von p ist isomorph zu $\pi_1(G, 1)$.

Aufgabe 4 (Cayley-Graph von F_2)

Es sei $X = S^1 \vee S^1$ die Einpunktvereinigung zweier Kreise (Bouquet). Zeigen Sie:

(a) Die universelle Überlagerung von X ist ein Baum.

(b) $\pi_1(X, x_0)$ ist isomorph zu einer freien Gruppe mit zwei Erzeugern.