Kit Campus Süd
Institut für Algebra und Geometrie
Oliver Baues

Algebraische Topologie II — Sommersemester 2010

Übungsblatt 2 — **29. April 2010**

Aufgabe 1 (Flüsse und Euler-Charakteristik)

Es sei X ein endlicher CW-Komplex, und $\varphi_t : X \to X$, $t \in \mathbb{R}$, eine Einparametergruppe von Homöomorphismen (Fluss). Zeigen Sie, wenn $\chi(X) \neq 0$, dann gibt es einen Fixpunkt $x \in X$ für den Fluss φ.

Aufgabe 2 (Homologie und Abbildungsgrad)

Es sei S^1 die Kreisgruppe und $\mu_n : S^1 \to S^1$ die Abbildung $z \mapsto z^n$. Es sei $\mathcal{H}$ eine Homologie-Theorie, und es bezeichne $\deg_{\mathcal{H}} f$ den Abbildungsgrad von $f : S^1 \to S^1$, definiert bezüglich $\mathcal{H}$. Beweisen Sie nur unter Zuhilfenahme der Axiome für $\mathcal{H}$, dass $\deg_{\mathcal{H}} \mu_n = n$. Hinweis: Studieren sie die Projektionen $\bigvee^n S^1 \to S^1$.

Aufgabe 3 (Eulercharakteristik von Produkten)

Es sein C_* und D_* endliche Komplexe (oder Komplexe von beschränkt endlichem Typ). Zeigen sie:

$$\chi(C_* \otimes D_*) = \chi(C_*)\chi(D_*) \; .$$

Wenn X und Y endliche CW-Komplexe sind, so gilt

$$\chi(X \times Y) = \chi(X)\chi(Y) \; .$$

Aufgabe 4 (Abbildungen des projektiven Raumes)

Es sei $P^n\mathbb{R}$ der reell projektive Raum. Zeigen Sie, dass jede Abbildung $f : P^n\mathbb{R} \to P^n\mathbb{R}$ einen Fixpunkt hat, falls n gerade ist. Was ist für n ungerade?