

Mathematik I für die Fachrichtungen Biologie und Chemie

Übungsblatt 4

Wintersemester 2009/2010

Aufgabe 1

Gegeben seien die komplexen Zahlen $z_1 = 1 - i$, $z_2 = -2 + 4i$, $z_3 = \sqrt{3} - 2i$, $z_4 = \frac{i^3}{2-i}$, $z_5 = \frac{2+i}{-4+2i}$.

- (a) Berechnen Sie $|\frac{z_1+z_2+1}{z_1-z_2-i}|$.
- (b) Stellen Sie die folgenden komplexen Zahlen in der Form $a + bi$ (mit $a, b \in \mathbb{R}$) dar:
 - (i) $\frac{1}{2}(\frac{z_3}{\bar{z}_3} + \frac{\bar{z}_3}{z_3})$.
 - (ii) $\overline{(z_1 + z_3)(z_1 - z_3)}$.
 - (iii) $z_4 \bar{z}_5$.

Aufgabe 2

Skizzieren Sie die folgenden Mengen in der komplexen Zahlenebene:

- (a) $A = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - i| = |z + i|\}$.
- (b) $B = \{z \in \mathbb{C} \mid 0 \leq \operatorname{Re}(iz) \leq 1\}$.
- (c) $C = \{z \in \mathbb{C} \mid |\frac{z-1}{z+1}| \leq 1, z \neq -1\}$.
- (d) $D = \{z \in \mathbb{C} \mid |(3-i)z - 10| \leq 2\sqrt{10}\}$.

Aufgabe 3

Prüfen Sie, ob die folgenden Abbildungen injektiv, surjektiv oder bijektiv sind. Geben Sie im bijektiven Fall die Umkehrabbildung an.

- (a) $f_1 : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, z \mapsto \frac{1}{2}(z + \bar{z})$.
- (b) $f_2 : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, z \mapsto \bar{z}$.
- (c) $f_3 : \mathbb{R}_{>0} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^2$.
- (d) $f_4 : \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{Z}^2, (a, b) \mapsto (2a + 3b, 3a + 4b)$.