

Mathematik I für die Fachrichtungen Biologie und Chemie

Übungsblatt 5

Wintersemester 2009/2010

Aufgabe 1

Gegeben sei eine beliebige Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Finden Sie (abhängig von f) Funktionen

- (i) f_1 , deren Graph der um a nach links verschobene Graph von f ist ($a > 0$),
- (ii) f_2 , deren Graph der um b nach oben verschobene Graph von f ist ($b > 0$),
- (iii) f_3 , deren Graph der an der x -Achse gespiegelte Graph von f ist,
- (iv) f_4 , deren Graph der an der y -Achse gespiegelte Graph von f ist.

Aufgabe 2

- (a) Skizzieren Sie den Graphen der reellen Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto 2x + 1 - |x - 2|$$

und bestimmen Sie die Umkehrfunktion f^{-1} .

- (b) Es sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine bijektive Funktion mit inverser Funktion f^{-1} .

- (i) Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich $D \subset \mathbb{R}$ und den Wertebereich $W \subset \mathbb{R}$ der Funktion

$$g : D \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \frac{1}{2 + f(x)}.$$

- (ii) Zeigen Sie, dass $g : D \rightarrow W$ bijektiv ist, indem Sie die inverse Funktion g^{-1} angeben (drücken Sie g^{-1} mit Hilfe von f^{-1} aus).

- (c) Geben Sie eine bijektive Abbildung $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{Z}$ an.

Aufgabe 3

Es sei $f : A \rightarrow B$ eine Abbildung.

- (a) Zeigen Sie die Äquivalenz der folgenden Aussagen:

- (i) f ist injektiv.
- (ii) Für alle Teilmengen $X, Y \subset A$ gilt $f(X \cap Y) = f(X) \cap f(Y)$.

Bemerkung: Hier ist sowohl (i) \Rightarrow (ii) als auch (ii) \Rightarrow (i) zu zeigen.

- (b) Geben Sie ein Beispiel an, für das (ii) nicht stimmt, wenn f nicht injektiv ist.