Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Algebra und Geometrie
PD Dr. Gabriele Link
Dipl.-Inform. Wolfgang Globke

Mathematik I für die Fachrichtungen Biologie und Chemie

Übungsblatt 6 **Wintersemester 2009/2010**

Aufgabe 1

Gegeben sei ein Polynom
$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$$
mit Koeffizienten $a_n, \ldots, a_0 \in \mathbb{Z}$. Zeigen Sie:

(a) Falls f eine rationale Zahl $\frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$ (mit p, q teilerfremd) als Nullstelle hat, so ist q ein Teiler von a_n und p ein Teiler von a_0.

(b) Falls f eine ganze Zahl $n \in \mathbb{Z}$ als Nullstelle hat, so ist n ein Teiler von a_0.

Bemerkung: Diese Aussagen liefern einen praktischen Trick, um Nullstellen von Polynomen mit ganzzahligen Koeffizienten leichter zu erraten.

Aufgabe 2

(a) Bestimmen Sie die komplexen Nullstellen von
$$f(x) = 3x^4 - 10x^3 + 11x^2 - 10x + 8.$$

(b) Zerlegen Sie das Polynom
$$g(x) = x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 8x - 8$$
in seine komplexen Linearfaktoren.

Aufgabe 3

(a) Eine Messreihe liefert zu vier verschiedenen Zeitpunkten t die folgenden Messwerte $f(t)$:

$t =$	0	10	20	30
$f(t) =$	0	11	19	31

Bestimmen Sie mit Hilfe der Lagrange-Interpolation ein Polynom p, dass die gegebenen Messwerte interpoliert (d.h. es muss $p(t) = f(t)$ gelten für $t = 0, 1, 2, 3$).

(b) Es seien $n + 1$ Punkte $x_0, \ldots, x_n \in \mathbb{R}$ vorgegeben, und es bezeichne $L_k(x)$ das k-te Lagrange-Polynom bzgl. dieser Punkte (vgl. Vorlesung).

Zeigen Sie, dass für ein beliebiges $a \in \mathbb{R}$ und alle $m = 0, \ldots, n$ gilt:
$$(x - a)^m = \sum_{k=0}^{n} (x_k - a)^m L_k(x).$$

Einwurf der Lösungen bis zum 30.11.2009, 13:00 Uhr, in einen der gelben Einwurfkästen im ersten Stock des Allianz-Gebäudes 05.20 neben Seminarraum 1C-03.1. Jede Aufgabe wird mit maximal 4 Punkten bewertet. Die Übungsblätter stehen auch unter

http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/iag2/lehre/biochem2009w/

zum Download bereit.