

Mathematik I für die Fachrichtungen Biologie und Chemie

Übungsblatt 7

Wintersemester 2009/2010

Aufgabe 1

Eine n -te Einheitswurzel ω heißt *primitiv*, wenn gilt:

$$\omega^n = 1, \quad \omega^k \neq 1 \text{ für } k < n.$$

Zeigen Sie:

- (a) Ist ω primitiv, so ist auch $\bar{\omega}$ primitiv.
- (b) Für $1 \leq k < n$ und primitives ω gilt

$$\sum_{j=0}^{n-1} \omega^{kj} = 0.$$

Aufgabe 2

Schreiben Sie mit Hilfe der Additionstheoreme die Funktion

$$f(t) = 3 \cos(t) - 4 \sin(t)$$

in der Form

$$f(t) = A \cos(t + \varphi)$$

für eine geeignete Amplitude $A \in \mathbb{R}$ und Phasenverschiebung $\varphi \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$.

Aufgabe 3

- (a) Geben Sie alle komplexen Lösungen der folgenden Gleichungen an:

(i) $z^2 = -1 + 3i$.

(ii) $z^3 = -i$.

- (b) Welche komplexen Zahlen lösen das folgende Gleichungssystem?

$$\begin{aligned} (|z| + |\bar{z}|)^2 + z\bar{z} &= |z^2| + 2|\bar{z}|^2 + 16, \\ z + \bar{z} &= 4. \end{aligned}$$

- (c) Skizzieren Sie die Menge

$$M = \{z \in \mathbb{C} \mid z^6 = -64\}.$$