Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Algebra und Geometrie
PD Dr. Gabriele Link
Dipl.-Inform. Wolfgang Globke

Mathematik I für die Fachrichtungen Biologie und Chemie

Übungsblatt 13 **Wintersemester 2009/2010**

Anmeldeschluss für die Klausur ist am Dienstag, dem 2.2.2010.

Aufgabe 1

Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Intergrale:

(a) $\int x \ln(x) \mathrm{d}x$.

(b) $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \mathrm{d}x$.

(c) $\int \frac{\cos(x)}{2+\sin(x)} \mathrm{d}x$.

(d) $\int \sin(\sqrt{x-1}) \mathrm{d}x$.

Aufgabe 2

Berechnen Sie die folgenden bestimmten Intergrale:

(a) $\int_0^\pi \mathrm{e}^{2x} \cos(x) \mathrm{d}x$.

(b) $\int_{-1}^1 x \arctan(x) \mathrm{d}x$.

(c) $\int_0^1 x^3 \sqrt{1-x^2} \mathrm{d}x$.

(d) $\int_{-1}^1 \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)} \mathrm{d}x$ (siehe Blatt 12, Aufgabe 1 und die Lösung dazu).

Aufgabe 3

Berechnen Sie den Inhalt des Flächenstücks in der xy-Ebene, das von den Kurven

$$y = x^4 - 4 \quad \text{und} \quad y = -3x^2$$

begrenzt wird.

Für die folgende Bonusaufgabe können sie bis zu 4 Punkte erhalten.

Bonusaufgabe

In dieser Aufgabe sollen Sie eine differenzierbare Funktion f finden, die die Differentialgleichung des *harmonischen Oszillators* erfüllt:

$$f''(x) + \omega^2 f(x) = 0,$$

mit den Anfangswerten

$$f(0) = 1 \text{ und } f'(0) = \omega.$$

(a) Zeigen Sie, dass für die Ableitungen einer Lösung f gelten muss: $f^{(k+2)}(x) = -\omega^2 f^{(k)}(x)$.

(b) Bestimmen Sie mit Hilfe der Anfangswerte die Taylor-Koeffizienten $\frac{f^{(2k)}(0)}{(2k)!}$ und $\frac{f^{(2k+1)}(0)}{(2k+1)!}$.

(c) Zeigen Sie, dass die so gewonnene Taylor-Reihe mit der Funktion $f(x) = \cos(\omega x) + \sin(\omega x)$ übereinstimmt.

(d) Überprüfen Sie, ob dieses f eine Lösung der Differentialgleichung ist.

Einwurf der Lösungen bis zum 1.2.2010, 13:00 Uhr, in einen der gelben Einwurfkästen im ersten Stock des Allianz-Gebäudes 05.20 neben Seminarraum 1C-03.1. Jede Aufgabe wird mit maximal 4 Punkten bewertet. Die Übungsblätter stehen auch unter

http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/iag2/lehre/biochem2009w/

zum Download bereit.