Karlsruher Institut für Technologie

CAT(0) kubische Komplexe
Wintersemester 14/15

JProf. Dr. Petra Schwer, MSc. Julia Heller

11. Übungsblatt

Ausgabe: 29. Januar 2015

Aufgabe 1
Sei $W = \langle s, t | (st)^m \rangle$ eine Coxetergruppe.

(a) Sei m endlich. Wie viele Elemente besitzt W? Zeigen Sie, dass es genau ein $w \in W$ gibt, das zwei reduzierte Darstellungen besitzt.

(b) Sei m unendlich. Zeigen Sie, dass jedes Element von W genau eine reduzierte Darstellung hat. Wie lassen sich diese Darstellungen charakterisieren?

(c) Skizzieren Sie den Coxeterkomplex von W für den Fall $m = \infty$.

Aufgabe 2
Sei W eine Coxetergruppe mit Erzeugendensystem S und Längenfunktion $l\colon W \to \mathbb{N}_0$.

(a) Wie lassen sich die Elemente von S mithilfe von l charakterisieren?

(b) Zeigen Sie, dass entweder $l(ws) = l(w) + 1$ oder $l(ws) = l(w) - 1$ für alle $s \in S$ und $w \in W$ gilt.

Aufgabe 3
Zeigen Sie, dass die drei Bedingungen **(D)**, **(E)** und **(F)** der Vorlesung für Coxetergruppen gelten und äquivalent sind.

Aufgabe 4
Sei (W, S) ein Coxetersystem mit Coxeterkomplex Σ. Für eine Spiegelung $r \in R$ ist die *Wand* H_r die Vereinigung aller Simplizes von Σ, die von r unter der Linkswirkung von W auf Σ fixiert werden. Eine Wand ist ein Unterkomplex mit Codimension 1 und unterteilt Σ in zwei Unterkomplexe, die *Halbapartments* heißen.

(a) Wie sieht das zu den Halbapartments zugehörige Halbraumsystem $\mathcal{H}'$ aus?

(b) Zeigen Sie, dass $\mathcal{H}'$ zu dem durch die Wände M_r für $r \in R$ definierte Halbraumsystem $\mathcal{H}$ isomorph ist.