Karlsruher Institut für Technologie

CAT(0) kubische Komplexe
Wintersemester 14/15

JProf. Dr. Petra Schwer, MSc. Julia Heller

4. Übungsblatt

Ausgabe: 7. November 2014

Aufgabe 1

Sei X ein vollständiger metrischer Raum. Zeigen Sie, dass X genau dann ein CAT(0) Raum ist, wenn X ungefähre Mittelpunkte hat und die 4-Punkt-Bedingung erfüllt.

Aufgabe 2

Sei X ein CAT(0) Raum und seien $\lambda > 0$ und $\varepsilon > 0$ beliebig. Wähle $x, y \in X$ mit $d(x, y) \leq \lambda$ und bezeichne mit $m \in X$ den Mittelpunkt von x und y. Zeigen Sie, dass ein $\delta = \delta(\lambda, \varepsilon) > 0$ existiert, so dass für alle $m' \in X$ mit $\max\{d(x, m'), d(y, m')\} \leq \frac{1}{2}d(x, y) + \delta$ folgt, dass $d(m, m') < \varepsilon$ ist.

Aufgabe 3

Sei Y ein metrischer Raum. Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:

(i) $C_\kappa(Y)$ ist ein CAT(κ) Raum.

(ii) $C_\kappa(Y)$ ist lokal ein CAT(κ) Raum.

(iii) Eine Umgebung der Kegelspitze $0 \in C_\kappa(Y)$ ist ein CAT(κ) Raum.

Aufgabe 4

Welche Zusatzannahmen müssen in den Sätzen 1.8, 1.12 und 1.27 der Vorlesung gemacht werden, damit diese auch für CAT(κ) Räume gelten? Wie müssen die Beweise angepasst werden? Warum gilt Satz 1.17 nicht für $\kappa > 0$?