JProf. Dr. Petra Schwer, MSc. Julia Heller

9. Übungsblatt

Ausgabe: 12. Dezember 2014

Aufgabe 1

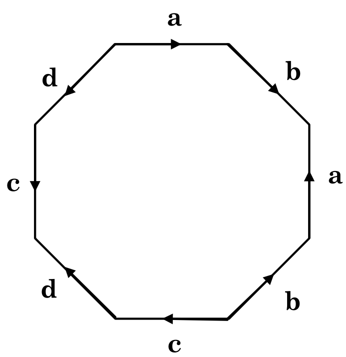
Sei $X = X_1 \times X_2$ das Produkt zweier CAT(0) kubischer Komplexe und sei $\mathcal{H}_i = \mathcal{H}(X_i)$ das Halbraumsystem von X_i für $i = 1, 2$. Zeigen Sie, dass das Halbraumsystem von X durch $\mathcal{H}(X) = \mathcal{H}_1 \coprod \mathcal{H}_2$ gegeben ist, wobei für alle $h_1 \in \mathcal{H}_1$ und $h_2 \in \mathcal{H}_2$ gilt, dass $h_1 \pitchfork h_2$ ist.

Aufgabe 2

Sei T_k der $2k$-reguläre Baum. Zeigen Sie, dass für alle $k, k' \geq 2$ der Baum T_k quasi-isometrisch zum Baum $T_{k'}$ ist.

Aufgabe 3

Betrachte die Fläche von Geschlecht zwei als Quotient S eines Achtecks. Das folgende Bild stellt die Identifizierungen im Achteck A dar.



Das Achteck A wird folgendermaßen mit einer Würfelstruktur ausgestattet: Die Mitte von A sei die Ecke v. Unterteile die Seiten von A baryzentrisch und füge für jede neu entstandene Ecke w eine Kante (v, w) hinzu. Sei X die universelle Überlagerung von S mit der von A induzierten Würfelstruktur.

a) Zeigen Sie, dass X ein CAT(0) kubischer Komplex ist und die Fundamentalgruppe $G = \pi_1(S)$ von S auf X zellulär und durch Isometrien wirkt.

b) Wie sehen die Hyperebenen in X und die Orbitquotienten von diesen aus? Sind die Orbitquotienten lokal endlich?

c) Die Wirkung von G induziert eine Wirkung auf den Orbitquotienten. Wie sieht diese Wirkung aus? Ist sie eigentlich diskontinuierlich?

d) G wirkt auf dem Produkt der Orbitquotienten. Wodurch ist diese Wirkung gegeben? Ist sie eigentlich diskontinuierlich bzw. kokompakt?