Universität Karlsruhe (TH)
Mathematisches Institut II
Prof. Dr. Günter Aumann
Dipl.-Math. Anastasia August

Differentialgeometrie

Übungsblatt 3 **Wintersemester 06/07**

Aufgabe 1. (4 Punkte)

Berechnen Sie die nach der Bogenlänge parametrisierte differnzierbare Kurve mit

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(0) &= (1,0,0),\\ \mathbf{t}(0) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(1,0,1),\\ \mathbf{h}(0) &= (0,1,0),\\ \mathbf{b}(0) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(-1,0,1)\end{aligned}$$

und $\kappa(s) = \tau(s) \equiv 1$.

Aufgabe 2. (4 Punkte)

Zeigen sie, dass die **Klothoide** $k\,:\,\mathbf{x}(s) = \begin{pmatrix} \int_0^s \cos\frac{\tau^2}{2A^2}\,d\tau \\ \int_0^s \sin\frac{\tau^2}{2A^2}\,d\tau \end{pmatrix}$, $s \in [0, L]$ nach ihrer Bogenlänge parametrisiert ist, und bestimmen Sie ihre Krümmung.

Aufgabe 3. (4 Punkte)

Gegeben seien die parametrisierten Kurven

(i) $c_1 :\ \mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} \cosh t \\ \sinh t \\ t \end{pmatrix}, t \in [0, \infty)$ und

(ii) $c_2 :\ \mathbf{y}(t) = \begin{pmatrix} Rt \\ \sqrt{2}R\ln t \\ \frac{R}{t} \end{pmatrix}, t \in [1, \infty)$ für ein $R > 0$.

Wie ist R zu wählen, damit c_1 durch eine eigentliche Bewegung auf c_2 abgebildet werden kann?

Abgabe der Lösungen bis zum Montag, den 20.11.2006 um 13:45 Uhr in den entsprechenden Briefkasten neben dem Seminarraum 32 im Mathematikgebäude oder in der Übung.