

## Differentialgeometrie

### Übungsblatt 5

Wintersemester 06/07

---

#### Aufgabe 1. (4 Punkte)

In der Ebene seien eine **Traktrix**  $t$  und eine **Kettenlinie**  $k$  wie folgt definiert:

$$t : \mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} t - \tanh t \\ \frac{1}{\cosh t} \end{pmatrix}, t \in (0, \infty) \quad \text{und} \quad k : \mathbf{y}(t) = \begin{pmatrix} t \\ \cosh t \end{pmatrix}, t \in (0, \infty).$$

- Skizzieren Sie die beiden Kurven.
- Zeigen Sie, daß für die Traktrix der Abstand eines Kurvenpunktes  $X(t)$  zum Schnittpunkt der zugehörigen Tangente mit der  $x_1$ -Achse konstant ist. Berechnen Sie diese Konstante.
- Zeigen Sie, daß die Evolute der Traktrix  $t$  die Kettenlinie  $k$  ist.
- Zeigen Sie, daß die Evolvente der Kettenlinie  $k$  zum Referenzpunkt  $X(0)$  die Traktrix  $t$  ist.

#### Aufgabe 2. (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass es eine Bewegung des  $E^2$  gibt, die die **Zykloide**

$$c : \mathbf{x}(t) = r \begin{pmatrix} t - \sin t \\ 1 - \cos t \end{pmatrix}, 0 < t < \pi, r > 0$$

in ihre Evolute  $\mathbf{m}(t)$  überführt. Geben Sie diese Bewegung explizit an.

#### Aufgabe 3. (4 Punkte)

Bestimmen Sie eine ebene Kurve  $k$  mit der Krümmung  $\kappa(s) = \frac{1}{1+s^2}$ .