

Differentialgeometrie

Übungsblatt 6

Wintersemester 06/07

Aufgabe 1. (4 Punkte)

Gegeben sei die Fläche

$$\mathcal{F} : \mathbf{x}(u^1, u^2) = \begin{pmatrix} u^1 - u^2 \\ u^1 + u^2 \\ (u^1)^2 - (u^2)^2 \end{pmatrix}, (u^1, u^2) \in \mathbb{R}^2.$$

- Zeigen Sie, daß \mathcal{F} eine reguläre Fläche ist und skizzieren Sie sie.
- Weisen Sie nach, daß die Parameterlinien von \mathcal{F} ebene Kurven sind, und bestimmen Sie jeweils deren Krümmung. Gibt es auf ihnen Punkte extremaler Krümmung?

Aufgabe 2. (4 Punkte)

Gegeben sei die als **Möbiusband** bekannte Regelfläche

$$\mathcal{F} : \mathbf{x}(u^1, u^2) = \begin{pmatrix} \cos u^1 \\ \sin u^1 \\ 0 \end{pmatrix} + u^2 \begin{pmatrix} \sin \frac{u^1}{2} \cdot \cos u^1 \\ \sin \frac{u^1}{2} \cdot \sin u^1 \\ \cos \frac{u^1}{2} \end{pmatrix}, (u^1, u^2) \in \mathbb{R} \times \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right).$$

- Zeigen Sie, daß \mathcal{F} eine reguläre Fläche ist und skizzieren Sie \mathcal{F} .
- Berechnen Sie die Normalenvektoren $\mathbf{n}(u^1, u^2)$ von \mathcal{F} .
- Zeigen Sie, daß für alle $u^1 \in \mathbb{R}$ gilt:
 - $X(u^1 + 2\pi, 0) = X(u^1, 0)$
 - $\mathbf{n}(u^1 + 2\pi, 0) = -\mathbf{n}(u^1, 0)$

Aufgabe 3. (4 Punkte)

Gegeben sei das Drehparaboloid

$$\mathcal{F} : \mathbf{x}(u^1, u^2) = \begin{pmatrix} u^2 \cos u^1 \\ u^2 \sin u^1 \\ \frac{1}{2}(u^2)^2 \end{pmatrix}, (u^1, u^2) \in [0, 2\pi] \times [0, \infty).$$

Berechnen Sie:

- alle singulären Punkte von \mathcal{F} .
- auf dem regulären Teil von \mathcal{F} die Fundamentalgrößen 1. Art der Fläche.
- auf dem regulären Teil von \mathcal{F} den Winkel zwischen den Parameterlinien.

Abgabe der Lösungen bis zum Montag, den 11.12.2006 um 13:45 Uhr in den entsprechenden Briefkasten neben dem Seminarraum 32 im Mathematikgebäude oder in der Übung.