Universität Karlsruhe (TH)
Mathematisches Institut II
Prof. Dr. Günter Aumann
Dipl.-Math. Anastasia August

Differentialgeometrie

Übungsblatt 8 **Wintersemester 06/07**

Aufgabe 1. (4 Punkte)

Gegeben sei die Drehfläche mit der Parameterdarstellung

$$\mathcal{F} : \vec{x}(u^1, u^2) = \begin{pmatrix} u^1 \cos u^2 \\ u^1 \sin u^2 \\ \ln u^1 \end{pmatrix}, \; (u^1, u^2) \in (0, \infty) \times [0, 2\pi).$$

a) Berechnen Sie die Fundamentalgrößen erster Art von $\mathcal{F}$, und untersuchen Sie, ob $\mathcal{F}$ singuläre Punkte enthält.

b) Berechnen Sie die Fundamentalgrößen zweiter Art von $\mathcal{F}$, und zeigen Sie, dass $\mathcal{F}$ aus nur hyperbolischen Punkten besteht.

c) Berechnen Sie im allgemeinen Flächenpunkt die Schmiegrichtungen.

d) Zeigen Sie, dass die Punkte, bei denen sich die Schmiegrichtungen unter gleichem Winkel schneiden, einen Kreis bilden.

Aufgabe 2. (4 Punkte)

Die Fläche $\mathcal{F} : \vec{x}(u^1, u^2) = \begin{pmatrix} u^2 \cosh u^1 \\ u^2 \sinh u^1 \\ u^1 \end{pmatrix}, \; (u^1, u^2) \in \mathbb{R}^2$ ist gegeben.

a) Berechnen Sie die Gauß'sche Krümmung K der Fläche. In welchen Flächenpunkten nimmt K den Wert -1 an ?

b) Bestimmen Sie in diesem Punkt die Schmiegrichtungen.

c) Berechnen Sie die Schmieglinien der Fläche.

Aufgabe 3. (4 Punkte)

Die Fläche

$$\mathcal{F} : \vec{x}(u^1, u^2) = \begin{pmatrix} u^2 \cosh u^1 \\ u^2 \sinh u^1 \\ u^1 + u^2 \end{pmatrix}, \; (u^1, u^2) \in \mathbb{R}^2,$$

sei gegeben. Berechnen Sie

a) Hauptkrümmungen, Hauptkrümmungsrichtungen und Gauß'sche Krümmung im Flächenpunkt $X(0, 0)$.

b) die Normalkrümmung längs der durch $u^1 = u^2$ gegebenen Flächenkurve.

Wir wünschen Ihnen frohe Festtage, erholsame Ferien und ein erfolgreiches neues Jahr!

Abgabe der Lösungen bis zum Montag, den 08.01.2007 um 13:45 Uhr in den entsprechenden Briefkasten neben dem Seminarraum 32 im Mathematikgebäude oder in der Übung.