

Differentialgeometrie

Übungsblatt 9

Wintersemester 06/07

Aufgabe 1. (4 Punkte)

Die Fläche $\mathcal{F} : \vec{x}(u^1, u^2) = \begin{pmatrix} u^1 \\ u^2 \\ \ln \frac{u^2}{u^1} \end{pmatrix}$, $(u^1, u^2) \in (0, \infty) \times (0, \infty)$ ist gegeben.

Berechnen Sie:

- die Fundamentalgrößen 1. und 2. Art von \mathcal{F} .
- im Punkt $X(1, 1)$ den Winkel zwischen den Parameterlinien.
- die Gaußsche Krümmung K von \mathcal{F} . Gibt es Punkte, für die K verschwindet?
- falls vorhanden die Schmiegrichtungen im Punkt $X(1, 1)$.
- die Schmieglinien von \mathcal{F} .

Aufgabe 2. (4 Punkte)

Gegeben sei die Wendelfläche

$$\mathcal{F} : \vec{x}(u^1, u^2) = \begin{pmatrix} u^2 \cos u^1 \\ u^2 \sin u^1 \\ c \cdot u^1 \end{pmatrix}, c \neq 0, (u^1, u^2) \in \mathbb{R}^2.$$

- Berechnen Sie die Normalkrümmung längs der durch $u^2 = c \cdot \sinh u^1$ gegebenen Flächenkurve.
- Berechnen Sie die Schmieglinien der Fläche.
- Ist die Fläche eine Minimalfläche (das heißt eine Fläche mit der mittleren Krümmung $H \equiv 0$)?
- Hat die Fläche Nabelpunkte?
- Berechnen Sie das Krümmungsliniennetz der Fläche.

Aufgabe 3. (4 Punkte)

Bestimmen Sie eine Fläche mit den Fundamentalgrößen

$$g_{11} = 1, g_{12} = 0, g_{22} = \sin^2 u^1 \quad \text{und} \quad h_{11} = 1, h_{12} = 0, h_{22} = \sin^2 u^1, \quad u^1 \in (0, \pi).$$