Universität Karlsruhe (TH)
Mathematisches Institut II
Prof. Dr. Günter Aumann
Dipl.-Math. Anastasia August

Differentialgeometrie

Übungsblatt 12 **Wintersemester 06/07**

Aufgabe 1. (4 Punkte)

Gegeben seien eine Kurve

$$c: \mathbf{x}(u) = \begin{pmatrix} u^3 - 3u \\ 2u \\ u^2 \end{pmatrix}, \; u \in [0,1]$$

und eine C^3-Kurve $d: \; \mathbf{y}(t), \; t \in [0,1]$ mit

$$\mathbf{y}(0) = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \; \mathbf{y}^{(1)}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}, \; \mathbf{y}^{(2)}(0) = \begin{pmatrix} 24 \\ -8 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ und } \mathbf{y}^{(3)}(0) = \begin{pmatrix} -96 \\ 48 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Prüfen Sie, ob die aus c und d zusammengesetzte segmentierte Kurve eine G^3-Kurve ist. Geben Sie ggf. eine Parametertransformation

$$f: \begin{cases} [a,1] & \rightarrow & [0,1] \\ w & \mapsto & f(w) = u \end{cases}$$

von c an, die zu einem C^3-Übergang zwischen c und d führt.

Aufgabe 2. (4 Punkte)

Es seien $c: \mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix}$ und Φ eine reguläre C^r-Fläche mit der impliziten Darstellung $F(x,y,z) = 0$. Φ und c **berühren sich** in einem gemeinsamen Punkt P mit $\mathbf{p} = \mathbf{x}(t_0)$ von $r-$**ter Ordnung** (oder $(r+1)-$**punktig**), wenn für die Funktion $f(t) = F(x_1(t), x_2(t), x_3(t))$ gilt:

$$f(t_0) = \frac{df}{dt}(t_0) = ... = \frac{d^{(r)}f}{dt}(t_0) = 0.$$

Zeigen Sie: Eine reguläre C^3-Kurve c ohne W-Punkte und die Schmiegebene von c in einem Punkt P berühren sich 4−punktig, wenn die Torsion von c im Punkt P veschwinden.

Aufgabe 3. (4 Punkte)

Ein Werkstück entsteht durch den Schnitt der Ebene $E_1: \; z = 0, \; (0 \le y, \; 0 \le x \le 10)$ und der Ebene $E_2: \; y = z + 10, \; (0 \le x \le 10, \; y \le 20, \; 0 \le z \le 10)$. Längs der Schnittgerade $s = E_1 \cap E_2$ sollen diese Ebenenstücke verschweißt werden. Die Schweißnaht ist näherungsweise ein Stück eines Drehzylinders Δ mit dem Radius $R = 1$.

a) Man stelle die beiden Ebenenstücke und die Schweißnaht in Parameterdarstellung dar.

b) Liegt eine G^1-Fläche vor oder eine G^2-Fläche?

Wer am Donnerstag, den 15. Februar an der ***mündlichen Prüfung*** *zur Vorlesung Differentialgeometrie teilnehmen möchte, muss sich bis* ***Donnerstag, den 8. Februar*** *in die im Sekretariat (Zi. 301.2) aufliegende Liste eintragen.*

Abgabe der Lösungen bis zum Montag, den 05.02.2007 um 13:45 Uhr in den entsprechenden Briefkasten neben dem Seminarraum 32 im Mathematikgebäude oder in der Übung.