Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Algebra und Geometrie
HDoz. Dr. Oliver Baues
Dr. Sebastian Grensing

Differentialgeometrie — **Wintersemester 2010 / 2011**

Übungsblatt 1 — **20. Oktober 2010**

Aufgabe 1 (Kettenlinie)

Skizzieren Sie den Graphen des *cosinus hyperbolicus* über einem Intervall $[0, t]$ und parametrisieren Sie diesen als glatte Kurve $c : [0, t] \to \mathbb{R}^2$. Berechnen Sie die Länge von c und geben Sie eine Bogenlängenparametrisierung an.

Aufgabe 2 (Zykloide)

Eine Einheitskreisscheibe des $\mathbb{R}^2$ rolle mit konstanter Geschwindigkeit die x-Achse entlang: Die Bahn eines auf der Kreisscheibe fest gewählten Punktes heißt Zykloide.

(a) Geben Sie eine Parametrisierung $c : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ der Zykloide an und skizzieren Sie ihr Bild. Besitzt c singuläre Punkte?

(b) Berechnen Sie die Bogenlänge der Zykloide auf einem Periodenintervall.

(∗) Existiert eine Bogenlängenparametrisierung der Zykloide?

Aufgabe 3 (Isometrien des euklidischen Raumes)

Es sei F eine Isometrie des euklidischen Raumes $(\mathbb{R}^n, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ und es gelte $F(0) = 0$.

(a) Zeigen Sie, daß F Geraden auf Geraden abbildet.

(b) Berechnen Sie die Ableitung von F.

(c) Folgern Sie, daß F linear ist.

Aufgabe 4 (Wegzusammenhängende Räume)

Es sei X ein topologischer Raum. Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

(a) X ist genau dann zusammenhängend, wenn jede stetige Abbildung von X in einen diskreten Raum konstant ist.

(b) Falls X wegzusammenhängend ist, so ist X auch zusammenhängend.

(∗) Gilt in (b) auch die Umkehrung?

Abgabe der Lösungen in der Übung am 27. Oktober 2010.

Die Abgabe darf auch in Zweiergruppen erfolgen.

Jede Aufgabe wird mit maximal 4 Punkten bewertet.