Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Algebra und Geometrie
HDoz. Dr. Oliver Baues
Dr. Sebastian Grensing

Differentialgeometrie **Wintersemester 2010 / 2011**

Übungsblatt 14 **2. Februar 2011**

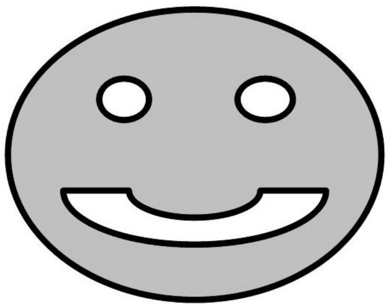
Aufgabe 1 (Geodätische sind lokal Kürzeste)

Zeigen Sie unter Verwendung geodätischer Parallelkoordinaten, daß Geodätische lokal Kürzeste sind.

Aufgabe 2 (Anwendung von Gauß-Bonnet)

Ein zusammenhängender topologischer Raum X heißt einfach zusammenhängend, wenn jede stetige Abbildung $f : [0,1] \to X$ mit $f(0) = f(1)$ vermöge einer Homotopie H mit festen Endpunkten, d. h. $H(\,.\,,0) = H(\,.\,,1) \equiv f(0)$, zu einer konstanten Abbildung deformiert werden kann.

Beispiel einer nicht einfach zusammenhängenden Menge:



Auf einer zusammenhängenden, einfach zusammenhängenden offenen Menge $U \subseteq \mathbb{R}^2$ sei eine Metrig g mit $K \leqslant 0$ definiert.

Zeigen Sie, daß sich zwei Geodätische in U höchstens einmal schneiden.

Aufgabe 3 (Sphärisches Dreieck)

Ein *sphärisches Dreieck* ist eine in einer Hemisphäre der S^2 enthaltene Menge Δ, welche von drei Großkreissegmenten der Länge $< \pi$ berandet wird. Es bezeichnen α, β und γ die Innenwinkel und $A(\Delta)$ den Flächeninhalt von Δ.

Zeigen Sie:

$$A(\Delta) = \alpha + \beta + \gamma - \pi$$

Abgabe der Lösungen in der Übung am 9. Februar 2011.