Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Algebra und Geometrie
HDoz. Dr. Oliver Baues
Dr. Sebastian Grensing

Differentialgeometrie **Wintersemester 2010 / 2011**

Übungsblatt 9 **15. Dezember 2010**

Aufgabe 1 (Rotationsflächen konstanter Gaußkrümmung)

Bestimmen Sie alle Rotationflächen – parametrisiert wie in Aufgabe 3 auf Blatt 7 – mit konstanter Gaußkrümmung $K \in \{-1, 0, +1\}$.

Hinweis: In o. g. Aufgabe wurde bereits eine Formel für die Gaußkrümmung einer Rotationsfläche hergeleitet. Betrachten Sie die sich daraus ergebenden Differentialgleichungen und deren verschiedene Lösungstypen.

Aufgabe 2 (Paralleltransport auf dem Kegel)

Es sei $M_\alpha \subset \mathbb{R}^3$ der Kegel mit Öffnungswinkel α, L eine Mantellinie des Kegels und $U_\theta \subset \mathbb{R}^2$ der offene Sektor mit Innenwinkel $\theta = 2\pi \sin\alpha$.

(a) Finden Sie eine explizite Isometrie zwischen U_θ und $M_\alpha \setminus L$.

(b) Ist M_α *geodätisch vollständig*, d. h. lassen sich je zwei Punkte durch eine Geodätische miteinander verbinden?

(c) In der euklidischen Ebene ist der Paralleltransport zwischen zwei Punkten unabhängig vom gewählten Weg. Gilt dies auch für M_α?

Aufgabe 3 (Killing-Vektorfelder)

Es sei M eine Fläche im $\mathbb{R}^3$ und X ein tangentiales Vektorfeld auf M. Es bezeichne $(t,p) \mapsto \phi_t(p)$ den von X erzeugten lokalen Fluß, d. h. es gelte $X_p = \frac{d}{dt}\big|_{t=0} \phi_t(p)$ für alle $p \in M$. Das Vektorfeld X heißt *Killingfeld*, wenn $\phi_t(\,.\,)$ für alle t eine lokale Isometrie ist.

Zeigen Sie, daß dann für alle $p \in M$ die Abbildung $v \mapsto \nabla_v X$ ein schiefsymmetrischer Endomorphismus von T_pM ist.

Abgabe der Lösungen in der Übung am 22. Dezember 2010.