Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Algebra und Geometrie
Dr. Gabriele Link

Differentialgeometrie **Fachrichtung Geodäsie**

Übungsblatt 12 **Wintersemester 2009/10**

Aufgabe 1. Krümmungslinien der Wendelfläche. **(4 Punkte)**

Gegeben sei die Wendelfläche mit der Parametrisierung

$$x : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3,\ (u^1, u^2) \mapsto (u^2 \cos u^1, u^2 \sin u^1, au^1)$$

(wie in Aufgabe 4 des 10. Übungsblattes mit $a = 1$). Bestimmen Sie mit Hilfe der Differentialgleichung (DK) aus der Vorlesung die Krümmungslinien der Wendelfläche.

Hinweis: Sie dürfen folgende Formel verwenden:

$$\int \frac{1}{\sqrt{t^2+1}}\, dt = \operatorname{arsinh}(t)\,.$$

Aufgabe 2. Krümmungslinien einer Tangentenfläche. **(4 Punkte)**

Es sei $c : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3,\ t \mapsto c(t) = (\cos t, \sin t, t)$ eine Helix, und

$$x : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3, (u^1, u^2) \mapsto x(u^1, u^2) = c(u^1) + u^2 \dot{c}(u^1)$$

die zugehörige Tangentenfläche.

Zeigen Sie, dass x nur parabolische Punkte besitzt und berechnen Sie mit Hilfe der Differentialgleichung (DK) aus der Vorlesung die Krümmungslinien.

Hinweis: Beachten Sie, dass im Gegensatz zu Aufgabe 1 des 11. Übungsblattes die Kurve c nicht nach Bogenlänge parametrisiert ist.

Aufgabe 3. Asymptotenrichtungen. **(4 Punkte)**

Wir betrachten die Fläche $\mathcal{F}$ mit der Parametrisierung

$$x : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3, (u^1, u^2) \mapsto (u^2 \cosh u^1, u^2 \sinh u^1, u^1).$$

(a) Berechnen Sie die Gaußkrümmung K der Fläche $\mathcal{F}$ in jedem Punkt.

(b) Bestimmen Sie diejenigen Punkte $x(u^1, u^2)$, für die $K(x(u^1, u^2)) = -1$ gilt und geben Sie in diesen Punkten die Asymptotenrichtungen an.

(c) Berechnen Sie die Asymptotenlinien der Fläche $\mathcal{F}$.

Abgabe der Lösungen bis **Montag**, den 25.01.2010 in der Übung.