Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Algebra und Geometrie
Dr. Gabriele Link

Differentialgeometrie **Fachrichtung Geodäsie**

Übungsblatt 13 **Wintersemester 2009/10**

Aufgabe 1. Asymptotenlinien. **(4 Punkte)**

(a) Zeigen Sie, dass das elliptische Paraboloid

$$\{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 : x_3 = x_1^2 + x_2^2\}$$

keine Asymptotenlinien besitzt.

(b) Bestimmen Sie mit Hilfe der Differentialgleichung (DA) die Asymptotenlinien des hyperbolischen Paraboloids

$$\{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 : x_3 = x_1^2 - x_2^2\}\,.$$

Aufgabe 2. Zylinder. **(4 Punkte)**

Wir betrachten den Zylinder mit der Parametrisierung

$$x : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3,\ (u^1, u^2) \mapsto (\cos u^1, \sin u^1, u^2).$$

(a) Bestimmen Sie die Christoffelsymbole des Zylinders.

(b) Geben Sie die Differentialgleichungen für Geodätische auf dem Zylinder an.

(c) Berechnen Sie alle Geodätische durch den Punkt $x(0,0) = (1,0,0)$.

(d) Berechnen Sie für jede Geodätische $c : \mathbb{R} \to x(\mathbb{R}^2)$ mit $c(0) = x(0,0) = (1,0,0)$ die Funktion $\theta : \mathbb{R} \to [0,\pi]$, die jedem $t \in \mathbb{R}$ den Winkel $\theta(t)$ von c mit dem Breitenkreis durch den Punkt $c(t)$ zuordnet.

Aufgabe 3. Christoffelsymbole von Graphen. **(4 Punkte)**

Sei $f : U \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ eine differenzierbare Funktion. Bestimmen Sie die Christoffelsymbole der parametrisierten Fläche

$$x : U \to \mathbb{R}^3,\ (u^1, u^2) \mapsto (u^1, u^2, f(u^1, u^2)).$$

Abgabe der Lösungen bis **Montag**, den 01.02.2010 in der Übung.