Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Algebra und Geometrie
Prof. Dr. Enrico Leuzinger
Marius Graeber

Differentialgeometrie

Übungsblatt 10

Aufgabe 1 (Riemannscher Krümmungstensor)
Zeigen Sie, dass der Riemannsche Krümmungstensor

$$R : \mathcal{V}M \times \mathcal{V}M \times \mathcal{V}M \to \mathcal{V}M$$

eine $C^\infty(M)$-multilineare Abbildung ist.

Aufgabe 2 (Schnittkrümmung der hyperbolischen Ebene)

(a) Bestimmen Sie die Komponenten R_{ijk}^m des Riemannschen Krümmungstensors R der hyperbolischen Ebene $\mathbb{H}^2$ bezüglich der üblichen Karte $\varphi : x + iy \mapsto (x, y)$.

(b) Bestimmen Sie die Schnittkrümmung von $\mathbb{H}^2$ in jedem Punkt.

(c) *Bonus*: Berechnen Sie die Schnittkrümmung des hyperbolischen Raums $\mathbb{H}^n$.

Aufgabe 3 (Parallelverschiebung und Krümmung)
Sei (M, g) eine Riemannsche Mannigfaltigkeit, sodass für alle Kurven $c : [a, b] \to M$ die Parallelverschiebung $c\|_a^b$ eindeutig durch $c(a)$ und $c(b)$ bestimmt ist.

Zeigen Sie, dass dann die Riemannsche Krümmung von M konstant 0 ist, d.h. für alle $X, Y, Z \in \mathcal{V}M$ gilt $R(X, Y)Z = 0$.

Dieses Übungsblatt wird in der Übung am **Mittwoch, 27. 06. 2018, um 15:45 Uhr** besprochen.