Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Algebra und Geometrie
PD Dr. Gabriele Link
Dr. Michael Wiemeler

Differentialgeometrie | **Fachrichtung Geodäsie**

Übungsblatt 5 | **Wintersemester 2012/13**

Aufgabe 1. Böschungslinie. **(4 Punkte)**

Eine Kurve $x : I \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ ohne Wendepunkte heißt *Böschungslinie*, wenn ihre Tangentialvektoren mit einer festen Richtung einen konstanten Winkel bilden, das heißt wenn ein Vektor $a \in \mathbb{R}^3$ existiert mit

$$\angle\big(T(t), a\big) = \text{const} \quad \text{für alle} \;\; t \in I.$$

Zeigen Sie, dass die Kurve

$$x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3, \quad t \mapsto \big(3t^2, 3t + t^3, 3t - t^3\big),$$

eine Böschungslinie ist.

Hinweis: Berechnen Sie jeweils den Winkel, den die Tangentialvektoren mit den Standardbasisvektoren bilden.

Aufgabe 2. Graph einer Funktion. **(4 Punkte)**

Es seien $I \subseteq \mathbb{R}$, $f : I \to \mathbb{R}$ eine glatte Funktion und

$$x : I \to \mathbb{R}^3, \quad t \mapsto \big(t, f(t)\big),$$

eine ebene Kurve.

(a) Bestimmen Sie für alle $t \in I$ den Tangentialvektor $T(t)$, den Hauptnormalenvektor $N(t)$ und den positiv orientierten Normaleneinheitsvektor $N^+(t)$.

(b) Berechnen Sie die geodätische Krümmung in jedem Punkt von x.

Aufgabe 3. Lokale Extrema und Sattelpunkte. **(4 Punkte)**

Bestimmen Sie die lokalen Maxima, Minima und Sattelpunkte der folgenden beiden Funktionen.

(a) $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x, y) = x^2 y + \cos y$

(b) $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x, y) = e^x y - (y + 1)^2$

Abgabe der Lösungen bis **Donnerstag**, den 22.11.2012 in der Übung.