Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Algebra und Geometrie
PD Dr. Gabriele Link
Dr. Michael Wiemeler

Differentialgeometrie **Fachrichtung Geodäsie**

Übungsblatt 7 **Wintersemester 2012/13**

Aufgabe 1. Sattelfäche.

Wir betrachten das parametrisierte Flächenstück

$$x : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3, u = (u^1, u^2) \mapsto (u^1 - u^2, u^1 + u^2, (u^1)^2 - (u^2)^2).$$

(a) Skizzieren Sie die Fläche und bestimmen Sie den Rang der Jacobi-Matrix $J_x(u)$ für alle $u \in \mathbb{R}^2$.

(b) Bestimmen Sie die Parameterlinien und überprüfen Sie, ob die Parameterlinien ebene Kurven sind.

(c) Berechnen Sie die Krümmung der Parameterlinien und geben Sie die Punkte mit maximaler und minimaler Krümmung an.

Aufgabe 2. Regelfäche. **(4 Punkte)**

Gegeben sei das parametrisierte Flächenstück

$$x : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3,\ (u^1, u^2) \mapsto x(u^1, u^2) = (\cos u^1 - u^2 \sin u^1, \sin u^1 + u^2 \cos u^1, u^2).$$

(a) Zeigen Sie, dass x eine Regelfäche ist und geben Sie ihre Basiskurve $\ell : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ sowie ihre Richtungskurve $c : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ an.

(b) Finden Sie eine implizite Darstellung dieser Fläche, indem Sie die Parameter u^1 und u^2 eliminieren.

(c) Skizzieren Sie die Fläche und berechnen Sie die Krümmung der u^2-Parameterlinien.

Aufgabe 3. Drehflächen. **(4 Punkte)**

Gegeben seien eine parametrisierte Kurve

$$c : I \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3,\ t \mapsto c(t) = \big(c_1(t), 0, c_3(t)\big),$$

in der (x_1, x_3)-Ebene sowie die daraus entstehende Drehfläche mit der Parametrisierung

$$x : [0, 2\pi] \times I \to \mathbb{R}^3,\ (u^1, u^2) \mapsto x(u^1, u^2) = \big(c_1(u^2) \cos u^1, c_1(u^2) \sin u^1, c_3(u^2)\big).$$

Zeigen Sie, dass diese Parametrisierung regulär ist, falls die Kurve c regulär ist und $c_1(t) > 0$ für alle $t \in I$ gilt.

Abgabe der Lösungen bis **Donnerstag**, den 6.12.2012 in der Übung.