

Aufgabe 1. Krümmungslinienparameter.

(4 Punkte)

Gegeben sei die Drehfläche \mathcal{F} mit der Parametrisierung

$$x : [0, 2\pi) \times (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^3, (u^1, u^2) \mapsto ((u^2)^2 \cos u^1, (u^2)^2 \sin u^1, u^2).$$

- (a) Zeigen Sie, dass \mathcal{F} nur hyperbolische Punkte besitzt.
- (b) Berechnen Sie die Hauptkrümmungen der Fläche.
- (c) Überprüfen Sie (unter Verwendung der Ergebnisse aus Aufgabe 3 des 10. Übungsblattes), dass in jedem Punkt der Fläche die Tangentialvektoren an die Parameterlinien Hauptkrümmungsrichtungen sind.

Aufgabe 2. Asymptotenrichtungen.

(4 Punkte)

Wir betrachten die Fläche \mathcal{F} mit der Parametrisierung

$$x : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, (u^1, u^2) \mapsto (u^2 \cosh u^1, u^2 \sinh u^1, u^1).$$

- (a) Berechnen Sie die Gaußkrümmung K der Fläche \mathcal{F} in jedem Punkt.
- (b) Bestimmen Sie diejenigen Punkte $x(u^1, u^2)$, für die $K(x(u^1, u^2)) = -1$ gilt und geben Sie in diesen Punkten die Asymptotenrichtungen an.
- (c) Berechnen Sie die Asymptotenlinien der Fläche \mathcal{F} .

Aufgabe 3. Christoffelsymbole von Graphen.

(4 Punkte)

Sei $f : U \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ eine differenzierbare Funktion. Bestimmen Sie die Christoffelsymbole der parametrisierten Fläche

$$x : U \rightarrow \mathbb{R}^3, (u^1, u^2) \mapsto (u^1, u^2, f(u^1, u^2)).$$