Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Algebra und Geometrie
Dr. Gabriele Link
Marius Graeber

Differentialgeometrie für die Fachrichtung Geodäsie **Winter-Semester 2019/20**

Übungsblatt 12 **13.01.2020**

Aufgabe 1 (*Zweite Fundamentalgrößen von Tangentenflächen*) (*6 Punkte)*
Sei $I \subseteq \mathbb{R}$ ein Intervall, sei $\ell \colon I \to \mathbb{R}^3,\ s \mapsto \ell(s)$ eine nach Bogenlänge parametrisierte Kurve mit $\ell''(t) \neq o$ für alle $t \in I$. Die zugehörige Tangentenfläche ist gegeben durch

$$x \colon I \times (0, \infty) \to \mathbb{R}^3, \quad (u^1, u^2) \mapsto \ell(u^1) + u^2 \ell'(u^1).$$

a) Bestimmen Sie die zweiten Fundamentalgrößen von x.

b) Bestimmen Sie in jedem Punkt $x(u)$ alle Tangentialrichtungen, für die die Normalkrümmung gleich Null ist.

Aufgabe 2 (*Zweite Fundamentalgrößen von Drehflächen*) (*6 Punkte)*

a) Bestimmen Sie die zweiten Fundamentalgrößen der Drehfläche

$$x \colon [0, 2\pi] \times I \to \mathbb{R}^3, \quad (u^1, u^2) \mapsto (c_1(u^2) \cos u^1, c_1(u^2) \sin u^1, c_3(u^2)).$$

Hierbei ist $I \subseteq \mathbb{R}$ ein Intervall, und $c : I \to \mathbb{R}^3,\ t \mapsto (c_1(t), 0, c_3(t))$ eine reguläre Kurve sodass $c_1(t) > 0$ für alle $t \in I$ gilt.

b) Bestimmen Sie eine Parametrisierung des einschaligen Hyperboloids als Drehfläche, indem Sie eine geeignete Kurve c angeben, und bestimmen Sie die zweiten Fundamentalgrößen des einschaligen Hyperboloids bezüglich dieser Parametrisierung.

Aufgabe 3 (*Extrempunkte und Sattelpunkte*) (*6 Punkte)*
Bestimmen Sie die lokalen Minima, lokalen Maxima und Sattelpunkte der folgenden Funktionen:

a) $f \colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad (x, y) \mapsto x^3 + 3xy^2 - 3x,$

b) $f \colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad (x, y) \mapsto x^2 + \cos y.$

Abgabe am 20.01.2020 um 9:45 zu Beginn der Übung.