

**Differentialgeometrie
für die Fachrichtung Geodäsie**

Winter-Semester 2019/20

Präsenzblatt 2 für die Übung am 25.10.2019 (nicht schriftlich abgeben!)

Präsenzaufgabe 1 (*Umparametrisierung*)

Sei $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ gegeben durch

$$x(t) = (3t - t^3, 3t^2, 3t + t^3).$$

- Ist x eine parametrisierte Kurve?
- Ist x eine reguläre Kurve? Berechnen Sie die Tangente von x in allen regulären Punkten.
- Welche Bedingungen muss eine Funktion $t : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ erfüllen, um eine Parametertransformation zu sein?
- Finden Sie eine Umparametrisierung \tilde{x} von x und geben Sie die zugehörige Parametertransformation an.
- Welche der Kurven

$$y : t \mapsto (t, 0, 0), \quad z : t \mapsto (t^3, 0, 0), \quad w : t \mapsto (t^3 + t, 0, 0)$$

sind Umparametrisierungen voneinander?

Präsenzaufgabe 2 (*Tangenten*)

Sei $x : [0, 4\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$ gegeben durch

$$x(t) = (30 \cos(t), 30 \sin(t), t^2).$$

- Zeigen Sie, dass x eine reguläre, parametrisierte Kurve ist.
- Berechnen Sie die Tangente in allen (regulären) Punkten von x .
- Skizzieren Sie die Spur von x mit Tangenten an drei verschiedenen Stellen.

Präsenzaufgabe 3 (*Bogenlänge*)

Sei $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ gegeben durch

$$x(t) = (2e^t, e^{t+2}, 2e^{t+1}).$$

- Bestimmen Sie die Bogenlängenfunktion von $x(t)$.
- Parametrisieren Sie x nach Bogenlänge um.

Keine Abgabe. Die Aufgaben werden Freitag, den 25.10.2019 in der Übung besprochen.