

**Differentialgeometrie  
für die Fachrichtung Geodäsie**

Winter-Semester 2019/20

**Präsenzblatt 4 für die Übung am 11.11.2019 (nicht schriftlich abgeben!)**

---

**Präsenzaufgabe 1** (*Wiederholung*)

- Wie sind Tangente, Normale, Binormale, Krümmung und Torsion einer nach Bogenlänge parametrisierten Kurve definiert?
- Wie kann man diese Eigenschaften bei einer beliebig parametrisierten Kurve bestimmen?
- Wie ändern sich diese Eigenschaften, wenn man die Kurve rückwärts umparametrisiert?
- Bestimmen Sie Krümmung und Torsion der folgenden Kurve

$$x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad t \mapsto (\sqrt{2}t, \sqrt{3}t^2, \sqrt{2}t^3).$$

**Präsenzaufgabe 2** (*Frenet-3-Bein*)

Gegeben sei die reguläre Kurve  $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$  durch

$$t \mapsto (3 \sin t, 5 \cos t, 4 \sin t).$$

- Bestimmen Sie das begleitende Frenet-3-Bein  $(T(t), N(t), B(t))$  von  $x$  für alle  $t \in \mathbb{R}$ .
- Was ist die Definition einer ebenen Kurve?
- Zeigen Sie, dass  $x$  eine ebene Kurve ist.
- Was für eine Kurve ist  $x$ ?
- Bestimmen Sie das begleitende Frenet-3-Bein der Kurve aus Präsenzaufgabe 1.

**Präsenzaufgabe 3** (*Böschungslinie*)

Eine Böschungslinie ist definiert als eine Kurve mit konstanter Steigung bezüglich einer vorgegebenen Richtung  $u$ , d.h. eine Kurve  $x(t)$  mit Einheitstangentenvektor  $T(t)$ , sodass  $\langle T(t), u \rangle$  konstant ist.

- Nennen Sie einige Beispiele von Böschungslinien, die Sie bereits kennen.
- Gegeben sei die Kurve  $x : [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^3$  durch

$$t \mapsto (\sqrt{2} \ln t, t, 1/t).$$

Zeigen Sie, dass  $x$  eine Böschungslinie ist.