

**Differentialgeometrie
für die Fachrichtung Geodäsie**

Winter-Semester 2019/20

Präsenzblatt 7 für die Übung am 02.12.2019 (nicht schriftlich abgeben!)

Präsenzaufgabe 1 (*Implizite Darstellungen*)

Bestimmen Sie eine implizite Darstellung folgender Flächen:

a) $x: [0, 2\pi] \times [-\pi/2, \pi/2] \rightarrow \mathbb{R}^3, (u^1, u^2) \mapsto (\cos u^2 \cos u^1, \cos u^2 \sin u^1, \sin u^2)$

b) $x: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, (u^1, u^2) \mapsto ((u^1)^2 - (u^2)^2, 2u^1u^2, (u^1)^2 + (u^2)^2)$

Präsenzaufgabe 2 (*Umparametrisierung*)

Für ein $h > 0$ seien folgende Flächen gegeben:

$$x: [0, \pi] \times [0, h] \rightarrow \mathbb{R}^3, (u^1, u^2) \mapsto (\cos u^1, \sin u^1, u^2),$$

$$\tilde{x}: [0, \pi] \times [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3, (\tilde{u}^1, \tilde{u}^2) \mapsto (-\cos \tilde{u}^1, \sin \tilde{u}^1, h\tilde{u}^2).$$

Zeigen Sie, dass \tilde{x} eine Umparametrisierung von x ist, und bestimmen Sie die Parametertransformation. Um welche Fläche handelt es sich hier?

Präsenzaufgabe 3 (*Gaußsches begleitendes Dreibein*)

Bestimmen Sie das Gaußsche begleitende Dreibein folgender parametrisierter Flächenstücke in jedem regulären Punkt:

a) $x: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, (u^1, u^2) \mapsto (u^1, u^2, (u^1 - u^2)^2)$

b) $x: [0, 2\pi] \times [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3, (u^1, u^2) \mapsto \begin{pmatrix} (R + r \cos u^2) \cos u^1 \\ (R + r \cos u^2) \sin u^1 \\ r \sin u^2 \end{pmatrix} \quad (R > r > 0)$

c) $x: [0, 2\pi] \times [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3, (u^1, u^2) \mapsto (\sin u^1, \sin u^2, \cos u^1 + \cos u^2)$