

**Differentialgeometrie  
für die Fachrichtung Geodäsie**

Winter-Semester 2019/20

Präsenzblatt 11 für die Übung am 13.01.2020 (nicht schriftlich abgeben!)

---

**Präsenzaufgabe 1** (*Bestimmung der zweiten Fundamentalgrößen*)

Bestimmen Sie die zweiten Fundamentalgrößen der folgenden Flächenstücke:

- a)  $x: \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $(u^1, u^2) \mapsto ((u^1)^2 - (u^2)^2, 2u^1u^2, (u^1)^2 + (u^2)^2)$   
b)  $x: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $(u^1, u^2) \mapsto \frac{2}{(u^1)^2 + (u^2)^2 + 1}(u^1, u^2, (u^1)^2 + (u^2)^2)$

**Präsenzaufgabe 2** (*Normalkrümmungen*)

Für ein reguläres Flächenstück  $x: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  und eine Stelle  $u_0 \in \mathbb{R}^2$  gilt

$$(g_{ij}(u_0)) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad (b_{ij}(u_0)) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

- a) Gegeben sei  $v := x_{u^1}(u_0) + 2x_{u^2}(u_0)$ . Bestimmen Sie die Normalkrümmung von  $x$  in  $x(u_0)$  in Richtung  $v/\|v\|$ .  
b) Bestimmen Sie einen Einheitsvektor  $x_\xi := \xi_1 x_{u^1}(u_0) + \xi_2 x_{u^2}(u_0)$ , sodass die Normalkrümmung von  $x$  in  $x(u_0)$  in Richtung  $x_\xi$  gleich 0 ist.  
c) Bestimmen Sie die Hauptkrümmungen von  $x$  in  $x(u_0)$  sowie die Hauptkrümmungsrichtungen von  $x$  an  $x(u_0)$  in Abhängigkeit von  $x_{u^1}(u_0)$  und  $x_{u^2}(u_0)$ .

**Präsenzaufgabe 3** (*Extremstellen*)

Bestimmen Sie die lokalen Minima, lokalen Maxima und Sattelpunkte der Funktion

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad (x, y) \mapsto x^4 + y^3 - 2x^2 - 12y.$$

**Präsenzaufgabe 4** (*Zweite Fundamentalgrößen von Ebenen*)

Sei  $x: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  ein regulär parametrisiertes Flächenstück.

- a) Zeigen Sie: Wenn  $x$  ein Stück einer Ebene parametrisiert, so sind die zweiten Fundamentalgrößen von  $x$  alle 0.  
b) Zeigen Sie: Wenn die zweiten Fundamentalgrößen von  $x$  alle 0 sind, so parametrisiert  $x$  ein Stück einer Ebene.

---

**Keine Abgabe.** Die Aufgaben werden am 13.01.2020 in der Übung besprochen.