Universität Karlsruhe (TH)
Institut für Algebra und Geometrie
Dr. Gabriele Link

Differentialgeometrie **Fachrichtung Geodäsie**

Übungsblatt 4 **Sommersemester 2009**

Aufgabe 1. Rotationshyperboloid als Regelfläche. **(4 Punkte)**

Gegeben sei das parametrisierte Flächenstück

$$x : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3,\ (u^1, u^2) \mapsto x(u^1, u^2) = (\cos u^1 - u^2 \sin u^1, \sin u^1 + u^2 \cos u^1, u^2).$$

(a) Finden Sie eine implizite Darstellung dieser Fläche, indem Sie die Parameter u^1 und u^2 eliminieren.

(b) Skizzieren Sie die Fläche und berechnen Sie die Krümmung der u^2-Parameterlinien.

(c) Zeigen Sie, dass es durch jeden Punkt der Fläche eine Gerade gibt, die ganz auf der Fläche liegt. Eine Fläche mit dieser Eigenschaft nennt man *Regelfläche*.

Aufgabe 2. Drehflächen. **(4 Punkte)**

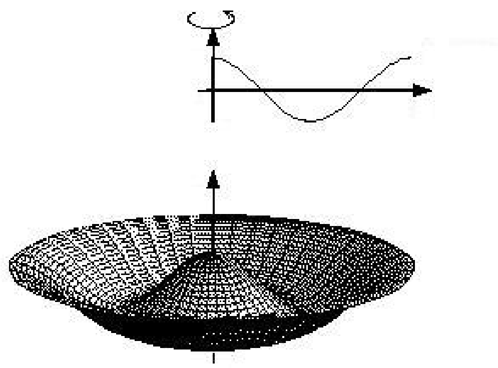
Eine *Drehfläche* entsteht, indem man eine ebene Kurve um eine Achse dreht. Im Folgenden betrachten wir eine differenzierbare Kurve

$$c : I \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3,\ t \mapsto c(t) := (0, c_2(t), c_3(t)),$$

in der (x_2, x_3)-Ebene und drehen diese um die x_3-Achse. Die hierdurch konstruierte Fläche besitzt dann eine Parametrisierung der Form

$$x : [0, 2\pi] \times I \to \mathbb{R}^3,\ (\varphi, t) \mapsto x(\varphi, t) = (-c_2(t) \sin \varphi, c_2(t) \cos \varphi, c_3(t)) \,.$$

Zeigen Sie, dass diese Parametrisierung regulär ist, falls die Kurve c regulär ist und $c_2(t) > 0$ für alle $t \in I$ gilt.



Drehfläche der Kurve $c(t) = (0, t, \cos t)$

Aufgabe 3. Gauß'sches begleitendes 3-Bein. **(4 Punkte)**

Skizzieren Sie die durch die Gleichung $$x_1^2 + x_2^2 = x_3^2$$

definierte Fläche und geben Sie eine Parametrisierung an. Bestimmen Sie ein Gauß'sches begleitendes 3-Bein in allen regulären Punkten der Fläche. Wo ist die Fläche nicht regulär?

Abgabe der Lösungen bis **Mittwoch**, den 20.5.2009 um 9:30 h in den Briefkasten neben dem Seminarraum 32 im Mathematikgebäude oder direkt in der Übung.