Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Algebra und Geometrie
Dr. Gabriele Link

Differentialgeometrie **Fachrichtung Geodäsie**

Übungsblatt 7 **Wintersemester 2010/11**

Aufgabe 1. Gauß'sches begleitendes Dreibein. **(4 Punkte)**

Skizzieren Sie die durch die Gleichung

$$x_1^2 + x_2^2 = x_3^2$$

definierte Fläche und geben Sie eine Parametrisierung an. Bestimmen Sie ein Gauß'sches begleitendes Dreibein in allen regulären Punkten der Fläche. Wo ist die Fläche nicht regulär?

Aufgabe 2. Sattelfläche. **(4 Punkte)**

Gegeben sei das parametrisierte Flächenstück $x : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3,\ u = (u^1, u^2) \mapsto \big(u^1, u^2, u^1 \cdot u^2\big)$.

(a) Zeigen Sie, dass es sich bei der obigen Parametrisierung um eine Umparametrisierung der Sattelfläche $\tilde{x} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3,\ \tilde{u} = (\tilde{u}^1, \tilde{u}^2) \mapsto \big(\tilde{u}^1 - \tilde{u}^2, \tilde{u}^1 + \tilde{u}^2, (\tilde{u}^1)^2 - (\tilde{u}^2)^2\big)$ handelt.

(b) Bestimmen Sie für beide Parametrisierungen ein Gauß'sches begleitendes Dreibein.

Aufgabe 3. Explizite Flächendarstellung. **(4 Punkte)**

Es seien $U \subseteq \mathbb{R}^2$ und $f : U \to \mathbb{R}$ eine C^∞-Funktion. Der Graph von f ist die Menge

$$\mathcal{F} := \{(u^1, u^2, f(u^1, u^2)) \in \mathbb{R}^3 : (u^1, u^2) \in U\}.$$

Dieses Flächenstück kann parametrisiert werden durch

$$x : U \to \mathbb{R}^3,\ (u^1, u^2) \mapsto (u^1, u^2, f(u^1, u^2))$$

(vgl. explizite Kurvendarstellung in Aufgabe 1 auf Übungsblatt 3).

(a) Zeigen Sie, dass die Fläche x regulär ist und bestimmen Sie ein Gauß'sches begleitendes Dreibein.

(b) Berechnen Sie die ersten Fundamentalgrößen von x.

Abgabe der Lösungen bis **Montag**, den 06.12.2010 in der Übung.