

**Aufgabe 1. Tangentenfläche.**

(4 Punkte)

Es sei  $c : I \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $s \mapsto c(s)$  eine reguläre, *nach Bogenlänge parametrisierte* Kurve, und

$$x : I \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3, (u^1, u^2) \mapsto x(u^1, u^2) = c(u^1) + u^2 \dot{c}(u^1)$$

die zugehörige Tangentenfläche.

- (a) Zeigen Sie, dass  $x$  genau in den Punkten mit  $\ddot{c}(u_1) \neq 0$  und  $u_2 \neq 0$  regulär ist und berechnen Sie die ersten Fundamentalgrößen von  $x$ .
- (b) Zeigen Sie, dass in den regulären Punkten von  $x$  für den Flächennormalenvektor  $n(u^1, u^2)$  von  $x$  und die Binormale  $B(s)$  der Kurve  $c$  folgender Zusammenhang gilt:

$$n(u^1, u^2) = -B(u^1).$$

- (c) Verifizieren Sie, dass die Gaußkrümmung von  $x$  identisch null ist und berechnen Sie die mittlere Krümmung von  $x$ .
- (d) Bestimmen Sie die Hauptkrümmungen und zeigen Sie, dass  $x_{u^2}$  in jedem Punkt der Fläche eine Hauptkrümmungsrichtung ist.

**Aufgabe 2. Hauptkrümmungen.**

(4 Punkte)

Gegeben sei die Fläche  $\mathcal{F}$  mit der Parametrisierung

$$x : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, (u^1, u^2) \mapsto (u^2 \cosh u^1, u^2 \sinh u^1, u^1 + u^2).$$

Bestimmen Sie die Hauptkrümmungen, Hauptkrümmungsrichtungen und die Gaußkrümmung der Fläche im Punkt  $x(0, 0)$ .

**Hinweis:** Sie benötigen die Fundamentalgrößen nur im Punkt  $x(0, 0)$ !

**Aufgabe 3. Krümmungslinienparameter.**

(4 Punkte)

Gegeben sei die Drehfläche  $\mathcal{F}$  mit der Parametrisierung

$$x : [0, 2\pi) \times (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^3, (u^1, u^2) \mapsto ((u^2)^2 \cos u^1, (u^2)^2 \sin u^1, u^2).$$

- (a) Zeigen Sie, dass  $\mathcal{F}$  nur hyperbolische Punkte besitzt.
- (b) Berechnen Sie die Hauptkrümmungen der Fläche.
- (c) Überprüfen Sie (unter Verwendung der Ergebnisse aus Aufgabe 3 des 9. Übungsblattes), dass in jedem Punkt der Fläche die Tangentialvektoren an die Parameterlinien Hauptkrümmungsrichtungen sind.