Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Algebra und Geometrie
Dr. Gabriele Link

**Differentialgeometrie** **Fachrichtung Geodäsie**

**Übungsblatt 12** **Wintersemester 2010/11**

---

**Aufgabe 1. Krümmungslinien der Wendelfläche.** **(4 Punkte)**

Gegeben sei die Wendelfläche mit der Parametrisierung

$$x : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3,\ (u^1, u^2) \mapsto (u^2 \cos u^1, u^2 \sin u^1, u^1)$$

(wie in Aufgabe 3 des 10. Übungsblattes mit $a = 1$). Bestimmen Sie mit Hilfe der Differentialgleichung (DK) aus der Vorlesung die Krümmungslinien der Wendelfläche.

**Hinweis:** Sie dürfen folgende Formel verwenden:

$$\int \frac{1}{\sqrt{u^2+1}}\,\mathrm{d}u = \operatorname{arsinh}(u)\,.$$

**Aufgabe 2. Krümmungslinien einer Tangentenfläche.** **(4 Punkte)**

Es sei $c : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3,\ t \mapsto c(t) = (\cos t, \sin t, t)$ eine Helix, und

$$x : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3,\ (u^1, u^2) \mapsto x(u^1, u^2) = c(u^1) + u^2 \dot{c}(u^1)$$

die zugehörige Tangentenfläche.

Zeigen Sie, dass $x$ nur parabolische Punkte besitzt und berechnen Sie mit Hilfe der Differentialgleichung (DK) aus der Vorlesung die Krümmungslinien.

**Hinweis:** Beachten Sie, dass im Gegensatz zu Aufgabe 1 des 11. Übungsblattes die Kurve $c$ nicht nach Bogenlänge parametrisiert ist.

**Aufgabe 3. Asymptotenrichtungen.** **(4 Punkte)**

Wir betrachten die Fläche $\mathcal{F}$ mit der Parametrisierung

$$x : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3,\ (u^1, u^2) \mapsto (u^2 \cosh u^1, u^2 \sinh u^1, u^1).$$

(a) Berechnen Sie die Gaußkrümmung $K$ der Fläche $\mathcal{F}$ in jedem Punkt.

(b) Bestimmen Sie diejenigen Punkte $x(u^1, u^2)$, für die $K(x(u^1, u^2)) = -1$ gilt und geben Sie in diesen Punkten die Asymptotenrichtungen an.

(c) Berechnen Sie die Asymptotenlinien der Fläche $\mathcal{F}$.

---

**Abgabe** der Lösungen bis **Montag**, den 24.01.2011 in der Übung.