

Aufgabe 1. Elliptisches und hyperbolisches Paraboloid.

(4 Punkte)

(a) Zeigen Sie, dass das elliptische Paraboloid

$$\{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 : x_3 = x_1^2 + x_2^2\}$$

keine Asymptotenlinien besitzt.

(b) Bestimmen Sie mit Hilfe der Differentialgleichung (DA) die Asymptotenlinien des hyperbolischen Paraboloids

$$\{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 : x_3 = x_1^2 - x_2^2\}.$$

Aufgabe 2. Kreise in der Ebene.

(4 Punkte)

Gegeben sei die Ebene mit der Parametrisierung

$$x : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, (u^1, u^2) \mapsto (u^1, u^2, 0)$$

wowie die durch

$$u^1(t) = \cos t, \quad u^2(t) = \sin t, \quad t \in [0, 2\pi],$$

definierte Flächenkurve.

Bestimmen Sie Normalkrümmung und geodätische Krümmung der Kurve c .

Aufgabe 3. Christoffelsymbole von Graphen.

(4 Punkte)

Sei $f : U \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ eine differenzierbare Funktion. Bestimmen Sie die Christoffelsymbole der parametrisierten Fläche

$$x : U \rightarrow \mathbb{R}^3, (u^1, u^2) \mapsto (u^1, u^2, f(u^1, u^2)).$$