

## Geometrische Gruppentheorie II

Winter-Semester 2015/16

### Übungsblatt 9

12.01.2016

---

#### Aufgabe 1 (*Komplex-projektiver Raum*)

Der durch das symmetrische Paar  $(U(n+1), U(1) \times U(n))$  mit der Involution

$$\sigma : U(n+1) \rightarrow U(n+1), A \mapsto \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & I_n \end{pmatrix} A \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & I_n \end{pmatrix}^{-1}$$

definierte symmetrische Raum  $\mathbf{CP}^n$  heißt *komplex-projektiver Raum*.

- Bestimmen Sie die Cartan-Zerlegung und die Killing-Form.
- Zeigen Sie, dass  $\mathbf{CP}^n$  ein symmetrischer Raum von kompaktem Typ ist und bestimmen Sie eine  $U(n+1)$ -invariante Riemannsche Metrik.

#### Aufgabe 2 (*Schnittkrümmung*)

Berechnen Sie die Schnittkrümmung für die folgenden symmetrischen Räume

- $S^n = \mathrm{SO}(n+1) / \mathrm{SO}(n)$
- $\mathbf{CP}^n = U(n+1) / (U(1) \times U(n))$