Universität Karlsruhe
Institut für Algebra und Geometrie
Dr. K. Spitzmüller

**8. Übungsblatt zur Differentialgeometrie für die Fachrichtung Geodäsie (SS 2008)**

**1. Aufgabe** (10 Punkte)
Berechnen Sie für den Torus

$$\mathcal{T} \,:\, \vec{x}(u^1,\, u^2) \,=\, \begin{pmatrix} (d + r\cos u^2)\,\cos u^1 \\ (d + r\cos u^2)\,\sin u^1 \\ r\sin u^2 \end{pmatrix} ,\, (u^1,\, u^2) \,\in\, [0, 2\pi)^2 ,\, d > r > 0$$

die Fundamentalgrößen zweiter Art, und geben Sie die Parameterbereiche für die elliptischen, parabolischen und hyperbolischen Punkte von $\mathcal{T}$ an.

**2. Aufgabe** (10 Punkte)
Gegeben sei die Drehfläche mit der Parameterdarstellung

$$\mathcal{F} : \vec{x}(u^1, u^2) = \begin{pmatrix} u^1 \cos u^2 \\ u^1 \sin u^2 \\ \ln u^1 \end{pmatrix} ,\, (u^1, u^2) \in (0, \infty) \times [0, 2\pi).$$

a) Berechnen Sie die Fundamentalgrößen erster Art von $\mathcal{F}$, und untersuchen Sie, ob $\mathcal{F}$ singuläre Punkte enthält.

b) Berechnen Sie die Fundamentalgrößen zweiter Art von $\mathcal{F}$, und zeigen Sie, dass $\mathcal{F}$ in allen Punkten hyperbolisch gekrümmt ist.

c) Berechnen Sie im allgemeinen Flächenpunkt die Asymptotenrichtungen.

d) Zeigen Sie, dass die Punkte, bei denen sich die Asymptotenrichtungen unter gleichem Winkel schneiden, einen Kreis bilden.

**3. Aufgabe** (10 Punkte) Die Fläche $\mathcal{F} \,:\, \vec{x}(u^1,\, u^2) \,=\, \begin{pmatrix} u^2\,\cosh u^1 \\ u^2\,\sinh u^1 \\ u^1 \end{pmatrix} ,\, (u^1,\, u^2) \,\in\, \mathbb{R}^2$ ist gegeben.

a) Berechnen Sie die Gauß'sche Krümmung $K$ der Fläche. In welchen Flächenpunkten nimmt $K$ den Wert $-1$ an ?

b) Bestimmen Sie in diesem Punkt die Asymptotenrichtungen.

c) Berechnen Sie die Asymptotenlinien der Fläche.

**4. Aufgabe** (10 Punkte)
Gegeben sei die Wendelfläche

$$\mathcal{F} \,:\, \vec{x}(u^1,\, u^2) \;=\; \begin{pmatrix} u^2 \cos u^1 \\ u^2 \sin u^1 \\ c \cdot u^1 \end{pmatrix},\; c \neq 0,\; (u^1,\, u^2) \in \mathbb{R}^2$$

a) Berechnen Sie die Normalkrümmung längs der durch $u^2 = c \cdot \sinh u^1$ gegebenen Flächenkurve.

b) Berechnen Sie die Asymptotenlinien der Fläche.

**ABGABE** bis Mittwoch, den 25. Juni 2008 zu Beginn der Übungen.