

## Geometrische Gruppentheorie I (SS 2013)

### Übungsblatt 1

#### Aufgabe 1

- (a) Sind  $(\mathbb{Z}, +)$  und  $(\mathbb{Z}^2, +)$  isomorph?
- (b) Sind  $(\mathbb{R}, +)$  und  $(\mathbb{R}^2, +)$  isomorph?

#### Aufgabe 2 (Isometriegruppe des Einheitsquadrates)

Es sei  $Q := [0, 1] \times [0, 1] \subset \mathbb{R}^2$  das Einheitsquadrat (versehen mit der durch  $\mathbb{R}^2$  induzierten Standardmetrik).

- (a) Geben Sie zwei Erzeugendensysteme der Isometriegruppe  $Isom(Q)$  von  $Q$  an.
- (b) Bestimmen Sie die Verknüpfungstabelle von  $Isom(Q)$ .
- (c) Gibt es eine Gruppe mit gleich vielen Elementen wie  $Isom(Q)$ , die nicht isomorph zu  $Isom(Q)$  ist?

#### Aufgabe 3

Gibt es für alle  $n \in \mathbb{N}$  eine Teilmenge  $X_n \subset \mathbb{R}^2$  mit Isometriegruppe  $Isom(X_n) \cong \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ ?

#### Aufgabe 4

Es sei  $X$  eine Menge. Zeigen Sie:

Die symmetrische Gruppe  $Sym(X)$  ist genau dann endlich erzeugt, wenn  $X$  endlich ist.

**Abgabe:** Jeweils vor der Übung in der nächsten Woche.

**Ausnahme:** Am 1. Mai ist Feiertag. Deshalb kann das erste Übungsblatt direkt nach der Vorlesung am 2.5. oder zu einem früheren Zeitpunkt bei Rafaela Dietrich in Raum 4A-05 abgegeben werden.