

Geometrische Gruppentheorie II (WS 2013/14)

Übungsblatt 8

Aufgabe 1

Es sei H eine zusammenhängende kompakte Lie-Gruppe.

Weiter seien $G := H \times H$, $K := \{(h, h) \in G \mid h \in H\}$ und $\sigma : G \rightarrow G$, $(h_1, h_2) \mapsto (h_2, h_1)$.

(a) Zeigen Sie, dass G/K ein symmetrischer Raum diffeomorph zu H ist.

Bestimmen Sie

(b) die geodätische Spiegelung an $x_0 = eK$,

(c) die Cartan-Involution $\Theta = d\sigma : \mathfrak{g} \rightarrow \mathfrak{g}$ und die Geodätischen durch x_0 .

Aufgabe 2

Zeigen Sie: Die Killing-Form von $SL(n, \mathbb{R})$ ist gegeben durch $B(X, Y) = 2n \operatorname{Spur}(XY)$ für alle $X, Y \in \mathfrak{sl}(n, \mathbb{R})$.

Aufgabe 3

Berechnen Sie die Schnittkrümmung für den symmetrischen Raum $S^n = SO(n+1)/SO(n)$.