

Geometrische Gruppentheorie (SS 2019)

Übungsblatt 2

Aufgabe 1

Zeigen Sie:

Der Petersen-Graph ist nicht Cayleygraph einer endlich erzeugten Gruppe.

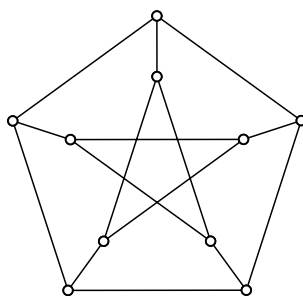


Abbildung 1: Der Petersen-Graph

Aufgabe 2

Zeigen Sie:

- (a) $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ ist nicht frei.
- (b) \mathbb{Z}^2 ist nicht frei.

Aufgabe 3 (Rang einer freien Gruppe)

Es sei F eine freie Gruppe, $S \subset F$ ein freies Erzeugendensystem von F und S' ein beliebiges Erzeugendensystem. Zeigen Sie:

- (a) $|S'| \geq |S|$.
- (b) Alle freien Erzeugendensysteme haben die gleiche Kardinalität.

Hinweis: Betrachten Sie die Abbildung $\text{Hom}(F, \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}) \rightarrow \text{Abb}(\tilde{S}, \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}); \varphi \mapsto \varphi|_{\tilde{S}}$ für $\tilde{S} = S'$ bzw. $\tilde{S} = S$.