

Geometrische Gruppentheorie (SS 2019)

Übungsblatt 7

Aufgabe 1

Benennen Sie für jede der folgenden Gruppenaktionen eine Voraussetzung des Schwarz-Milnor Lemmas, die erfüllt ist, und eine, die nicht erfüllt ist.

- (a) $SL_2(\mathbb{Z})$ operiert auf \mathbb{R}^2 durch Matrixmultiplikation.
- (b) \mathbb{Z} operiert auf $X := \{(r^3, s) \mid r, s \in \mathbb{Z}\}$ (mit der durch die Euklidische Metrik auf \mathbb{R}^2 induzierten Metrik) durch

$$\begin{aligned} \mathbb{Z} \times X &\longrightarrow X \\ (n, (r^3, s)) &\mapsto (r^3, s + n). \end{aligned}$$

Aufgabe 2

Zeigen Sie: $SL_2(\mathbb{Z})$ ist quasi-isometrisch zu einem Baum.

Aufgabe 3

Sei G eine Gruppe mit endlichem Erzeugendensystem S und H eine Untergruppe von G von endlichem Index.

Zeigen Sie: H ist quasi-isometrisch zu G .