Karlsruher Institut für Technologie

Fakultät für Mathematik
Institut für Algebra und Geometrie
JProf. Dr. Petra Schwer
M.Sc. Julia Heller

(Sommersemester 2015)

Geometrische Gruppentheorie

Übungsblatt 1

Thema der Woche: Gruppen

Hausaufgaben:

Aufgabe 1 (endlich erzeugte Gruppen)
Sei X eine Menge. Zeigen Sie, dass die symmetrische Gruppe $\mathrm{Sym}(X)$ genau dann endlich erzeugt ist, wenn X endlich ist.

Aufgabe 2 (Gruppen, die nicht frei sind)
Zeigen Sie, dass die Gruppe $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}, +)$ nicht frei erzeugt ist.

Aufgabe 3 (Isomorphie von Gruppen)

a) Sind $(\mathbb{Z}, +)$ und $(\mathbb{Z}^2, +)$ isomorph? Warum?
b) Sind $(\mathbb{R}, +)$ und $(\mathbb{R}^2, +)$ isomorph? Warum?

Präsenzaufgaben:

Aufgabe 4 (Diedergruppen)
Zeigen Sie sich, dass die zwei Definitionen von Diedergruppen aus der Vorlesung (1.12(3) und 1.14(5)) äquivalent sind und dieselbe Gruppe definieren.

Aufgabe 5 (Kategorien)

a) Schlagen Sie die Definition einer Kategorie, sowie die Begriffe Automorphismus und Isomorphismus in einer Kategorie nach.
b) Finden Sie Beispiele für Kategorien.
c) Zeigen Sie, dass es zu einer Gruppe G eine Kategorie C und ein Objekt X gibt so, dass G isomorph zur Automorphismengruppe von X in C ist.

Abgabe der Lösungen bis Mittwoch, den 22.04.15, in den Übungen.
Bitte heften Sie Ihre Abgabe zusammen und versehen Sie sie mit Ihrem Namen.