Karlsruher Institut für Technologie

Fakultät für Mathematik
Institut für Algebra und Geometrie
JProf. Dr. Petra Schwer
M.Sc. Julia Heller

(Sommersemester 2015)

Geometrische Gruppentheorie

Übungsblatt 12

Thema der Woche: Enden von metrischen Räumen

Hausaufgaben:

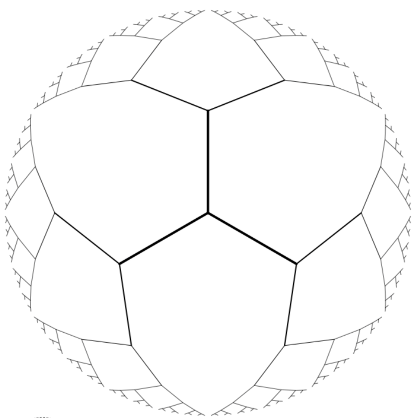
Aufgabe 1 (Geometrie von $SL_2(\mathbb{Z})$, *6 Punkte*)
Zeigen Sie, dass $SL_2(\mathbb{Z})$ quasi-isometrisch zu F_2 ist. Ist $SL_2(\mathbb{Z})$ eine hyperbolische Gruppe?

Aufgabe 2 (Enden von metrischen Räumen, *6 Punkte*)

a) Finden Sie Beispiele von Gruppen, deren Cayleygraphen $0, 1, 2$ und ∞ vielen Enden haben.
b) Finden Sie für jedes $n \in \mathbb{N}$ einen metrischen Raum X_n, der n Enden hat.
c) Was sind die Enden der folgenden Räume?
   i) metrischer Raum X mit diskreter Metrik
   ii) $\mathbb{R}^2$ mit der $\mathbb{R}$-Baum-Metrik von Blatt 10
   iii) $\mathbb{R}^2 \backslash \mathbb{Z}^2$ mit der von $\mathbb{R}^2$ induzierten Metrik

Aufgabe 3 (n-reguläre Cayleygraphen, *6 Punkte*)

a) Finden Sie eine Gruppe G und ein Erzeugendensystem S von G, so dass der folgende Graph der Cayleygraph $\mathrm{Cay}(G, S)$ ist.



b) Finden Sie für jedes $n \geq 2$ eine Gruppe G_n mit Erzeugendensystem S_n mit $\mathrm{Cay}(G_n, S_n) \cong T_n$, wobei T_n der n-reguläre Baum ist.

Aufgabe 4 (Fragen)
Schicken Sie die Fragen, die nächste Woche in der Übung besprochen werden sollen, bis Montag an julia.heller@kit.edu!

Präsenzaufgaben:

Aufgabe 5 (Puzzle)
Ordnen Sie die Puzzleteile in einer für Sie sinnvolle Weise an.

Geht wählen!

6.-10. Juli 2015

AStA KIT

Studierendenparlament und Fachschaften

Abgabe der Lösungen bis Mittwoch, den 15.07.15, in den Übungen.
Bitte heften Sie Ihre Abgabe zusammen und versehen Sie sie mit Ihrem Namen.