

Hyperbolische Geometrie

Sommer-Semester 2014

Übungsblatt 7

28.05.2014

Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass in \mathbb{H}^2 und \mathbb{D}^2 die über die Riemannsche Metrik definierten Winkel den euklidischen Winkeln übereinstimmen.

Aufgabe 2

- Berechnen Sie den Flächeninhalt eines hyperbolischen n -Gons.
- Zeigen Sie, dass es ein hyperbolisches 8-Eck gibt, dessen Innenwinkel alle 90° haben.

Aufgabe 3

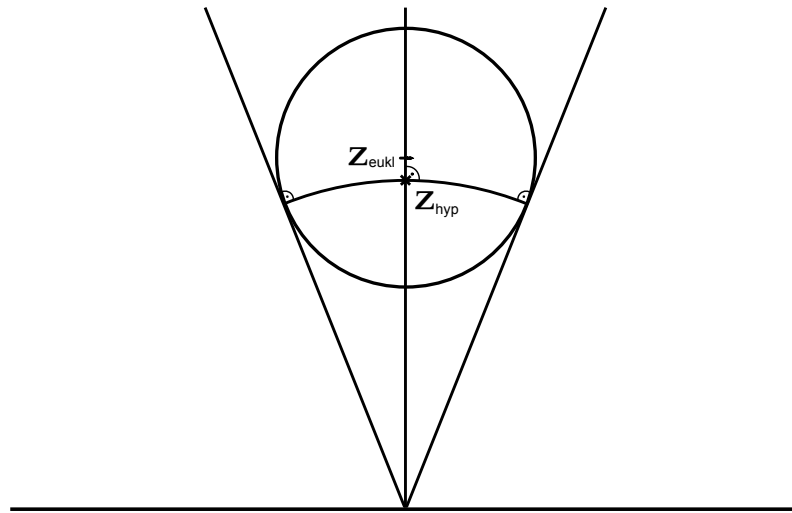
- Beweisen Sie Lemma 2.25:

Es sei g eine Geodätische in \mathbb{H}^2 und $p \in \mathbb{H}^2$, $p \notin g$ und $p' \in g$ der Lot-Fuß-Punkt.

Dann gilt: $d_h(p, g) = d_h(p, p')$

- Um den hyperbolischen Mittelpunkt eines Kreises K in \mathbb{H}^2 zu ermitteln, kann man folgende Konstruktion (mit Zirkel und Lineal) durchführen:
 - Man zeichne die vertikale Geodätische g durch den euklidischen Mittelpunkt Z_{eukl} von K und erhält den Schnittpunkt x von g mit der reellen Achse.
 - Man zeichne die beiden Tangenten an K , die durch x laufen, und erhält die beiden Berührungspunkte p, q auf K .
 - Man zeichne die hyperbolische Geodätische h durch p und q und erhält den Schnittpunkt z von h mit g .

Beweisen Sie, dass z der hyperbolische Mittelpunkt Z_{hyp} von K ist.



Konstruktion des hyperbolischen Mittelpunktes

Aufgabe 4

Zeigen Sie, dass Äquidistante zu einer hyperbolischen Geodätischen h , d.h. Kurven bestehend aus Punkten mit konstantem Abstand zu h , keine hyperbolischen Geodätischen sind.